

Deskriptivni pokazatelji

Lekcija 3

Dragan M. Mirkov

Univerzitet u Beogradu, Fakultet sporta i fizičkog vaspitanja



Sadržaj

1 Podaci

Sadržaj

1 Podaci

2 Mere centralne tendencije

Sadržaj

1 Podaci

2 Mere centralne tendencije

3 Mere disperzije

Sadržaj

1 Podaci

2 Mere centralne tendencije

3 Mere disperzije

4 Izveštaj

Posle ovog časa treba da znate

Odrediti mod, medijanu i aritmetičku sredinu

Posle ovog časa treba da znate

Odrediti mod, medijanu i aritmetičku sredinu

Izabrati meru centralne tendencije

Posle ovog časa treba da znate

Odrediti mod, medijanu i aritmetičku sredinu

Izabrati meru centralne tendencije

Izračunati raspon i međukvartilnu razliku

Posle ovog časa treba da znate

Odrediti mod, medijanu i aritmetičku sredinu

Izabrati meru centralne tendencije

Izračunati raspon i međukvartilnu razliku

Izračunati varijansu i standardnu devijaciju

Posle ovog časa treba da znate

Odrediti mod, medijanu i aritmetičku sredinu

Izabrati meru centralne tendencije

Izračunati raspon i međukvartilnu razliku

Izračunati varijansu i standardnu devijaciju

Porediti disperziju koeficijentom varijacije

Podaci

Podaci: visina skoka košarkaša (cm)

Podaci

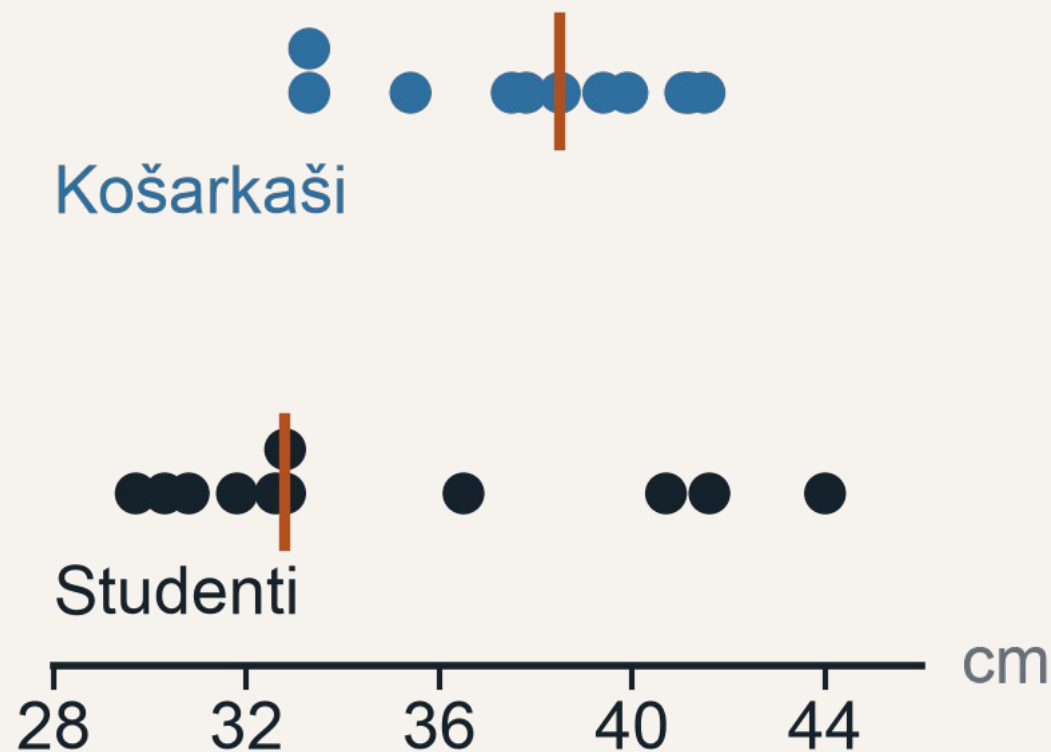
Dve grupe na brojnoj osi: tačka je jedan ispitanik

37,5	37,8	41,2	33,3	41,5	39,4
38,5	35,4	33,3	39,9	41,1	

Podaci

Pitanje 1: koliki je tipičan rezultat grupe?

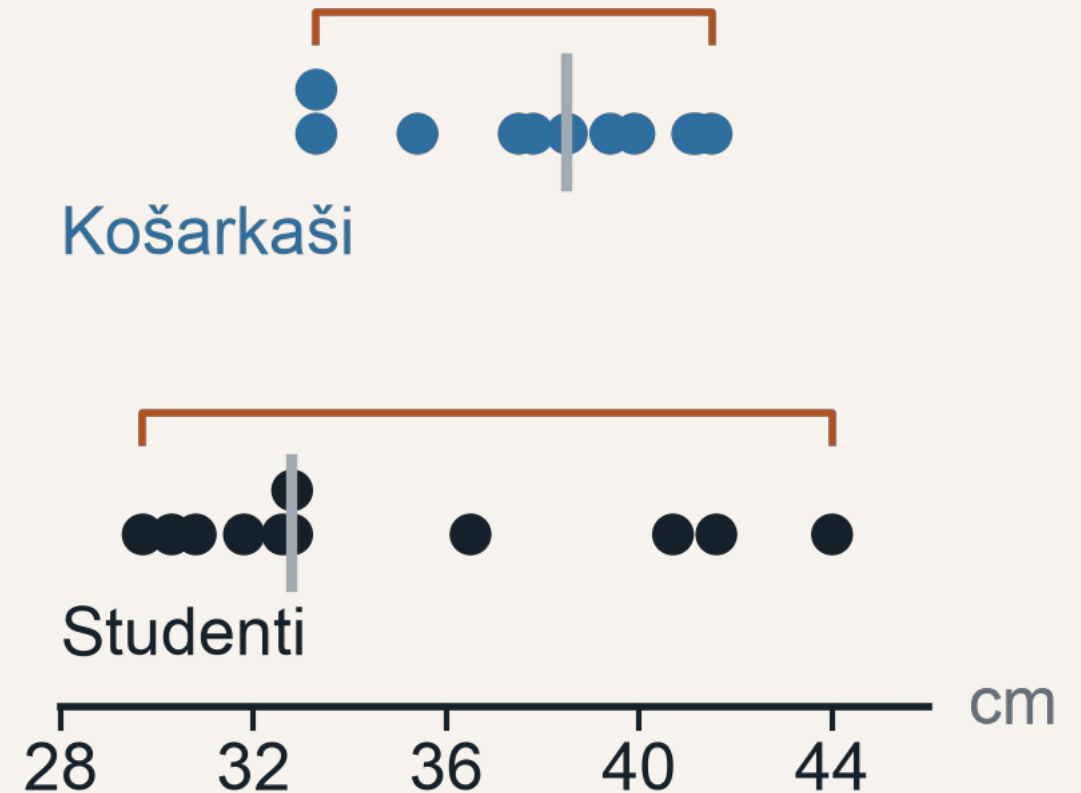
Mera centralne tendencije je jedna vrednost koja najbolje predstavlja sve rezultate: vrednost oko koje se rezultati grupišu.



Podaci

Pitanje 2: koliko se rezultati u grupi razlikuju?

Mere disperzije (rasipanja) pokazuju koliko se rezultati unutar grupe međusobno razlikuju.

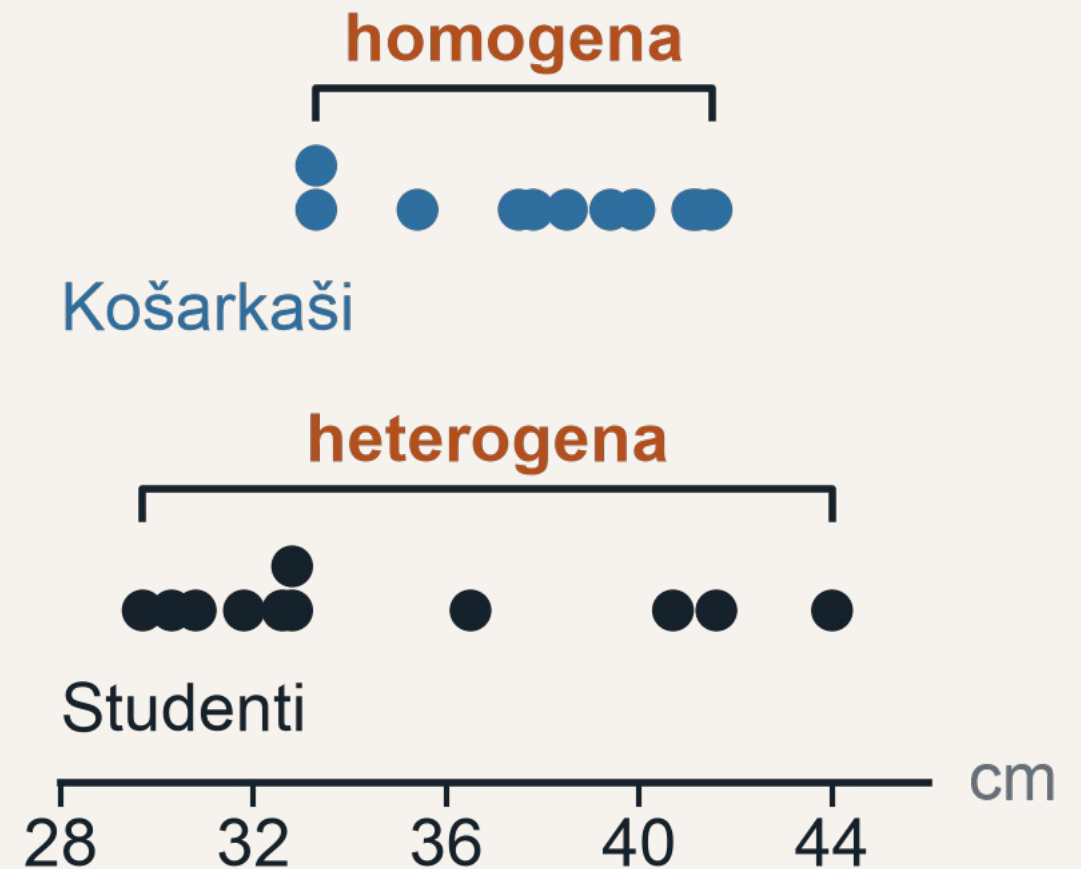


Podaci

Homogena i heterogena grupa

Homogena grupa: rezultati su međusobno bliski (mala disperzija).

Heterogena grupa: rezultati se međusobno mnogo razlikuju (velika disperzija).

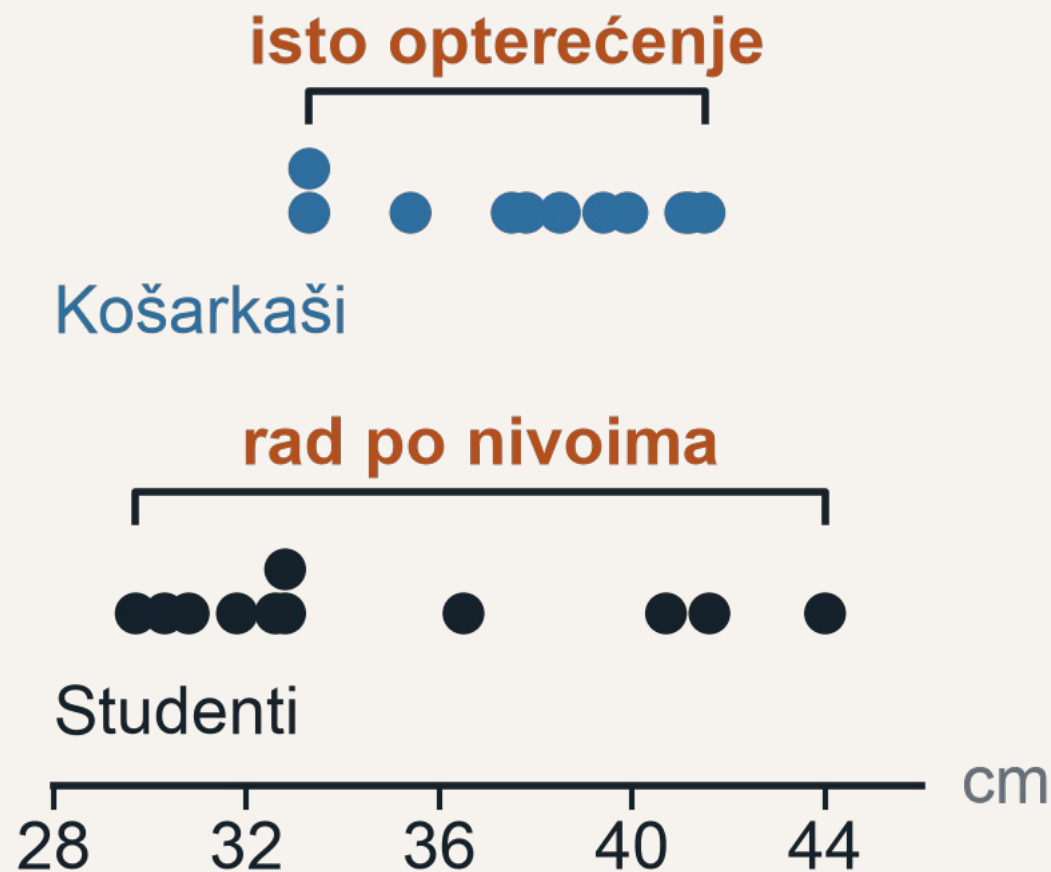


Podaci

Čemu služi: od disperzije zavisi rad sa grupom

Homogena grupa: isto opterećenje za sve. Heterogena grupa: rad po nivoima.

Uz meru centralne tendencije uvek ide mera disperzije: što se rezultati unutar grupe manje razlikuju, to ih ona bolje predstavlja.



Gruppu opisuju dve mere: oko koje vrednosti se rezultati grupišu i koliko se unutar grupe međusobno razlikuju.

Deskriptivni pokazatelji

Oko koje vrednosti se rezultati grupišu

Mere centralne tendencije

mod

medijana

aritmetička sredina

Deskriptivni pokazatelji

Položajne i potpune mere

Mere centralne tendencije

mod	}	položajne
medijana		

aritmetička sredina **potpuna**

Deskriptivni pokazatelji

Koliko se rezultati u grupi međusobno razlikuju

Mere centralne tendencije

mod

medijana

aritmetička sredina

Mere disperzije

raspon

međukvartilna razlika

varijansa i standardna devijacija

koeficijent varijacije

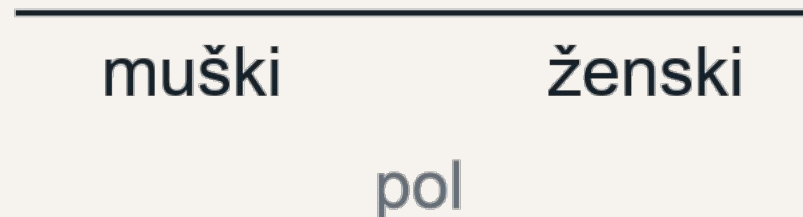
Mod

Mod je vrednost koja se najčešće pojavljuje

Mod je vrednost koja se najčešće pojavljuje (ima najveću frekvenciju).
Određuje se za kvalitativne i za kvantitativne varijable.

Postupak

1 Prebroj koliko puta se javlja svaka vrednost.



Mod

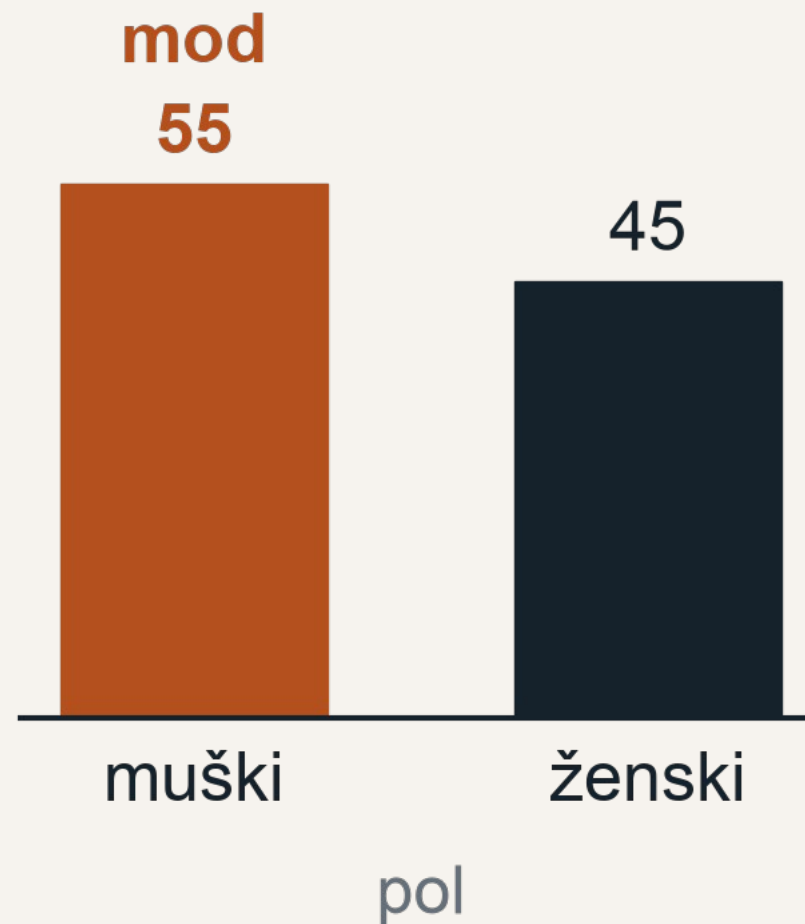
Mod nominalne varijable (pol)

Postupak

1 Prebroj koliko puta se javlja svaka vrednost.

2 Mod je vrednost sa najvećom frekvencijom.

Pol je nominalna varijabla: kategorije nemaju redosled. Od mera centralne tendencije za nju ima smisla samo mod.

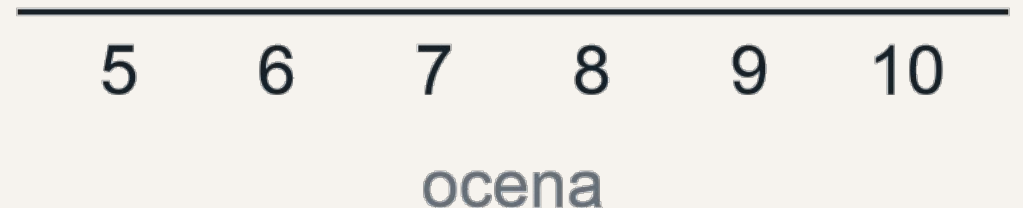


Mod

Mod ordinalne variijable (ocena)

Mod je vrednost koja se najčešće pojavljuje (ima najveću frekvenciju).
Određuje se za kvalitativne i za kvantitativne variijable.

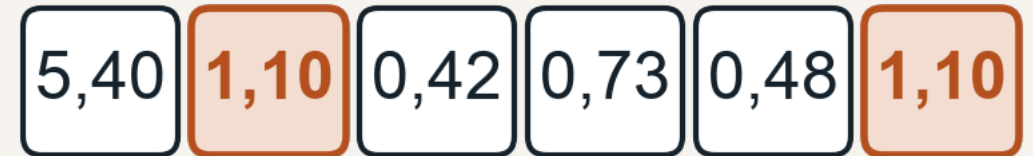
Ocena je ordinalna varijabla: redosled postoji, ali razmaci nisu jednaki (5 = 0–50 poena, ostale po 10).



Mod

Skup može imati jedan mod

a. Vrednost 1,10 javlja se dva puta,
ostale po jednom: jedan mod.



Mod

Skup može imati dva moda

b. Vrednosti 27 i 55 javljaju se po tri puta: dva moda (bimodalan skup).



Mod

Skup ne mora imati mod

c. Svaka vrednost javlja se jednom:
skup nema mod.

Mod se ne računa, nego se određuje prebrojavanjem; skup može imati više modova ili nijedan. Lako se određuje za kvalitativne i diskretne varijable, teško za kontinualne.

5,40 1,10 0,42 0,73 0,48 1,10

27 27 27 55 55 55 88 88 99

1 2 3 6 7 8 9 10

Medijana

Medijana: vrednost na sredini poređanog skupa

Medijana je vrednost na sredini poređanog skupa: polovina podataka je ispod nje, polovina iznad.



Medijana

Korak 1: poredati od najmanjeg do najvećeg

Medijana je vrednost na sredini poredanog skupa: polovina podataka je ispod nje, polovina iznad.



Postupak

1 Poredaj od najmanjeg do najvećeg.

Medijana

Korak 2: neparan broj podataka – srednji podatak

Medijana je vrednost na sredini
poređanog skupa: polovina podataka
je ispod nje, polovina iznad.

Postupak

1 Poređaj od najmanjeg do najvećeg.

2 Neparan broj: srednji podatak.



Medijana

Korak 3: paran broj podataka – dva srednja

Medijana je vrednost na sredini
poređanog skupa: polovina podataka
je ispod nje, polovina iznad.

Postupak

- 1 Poređaj od najmanjeg do najvećeg.
- 2 Neparan broj: srednji podatak.

3 Paran: aritmetička sredina dva srednja.

Medijana

Medijana: aritmetička sredina dva srednja podatka

Postupak

- 1 Poređaj od najmanjeg do najvećeg.
- 2 Neparan broj: srednji podatak.

3 Paran: aritmetička sredina dva srednja.

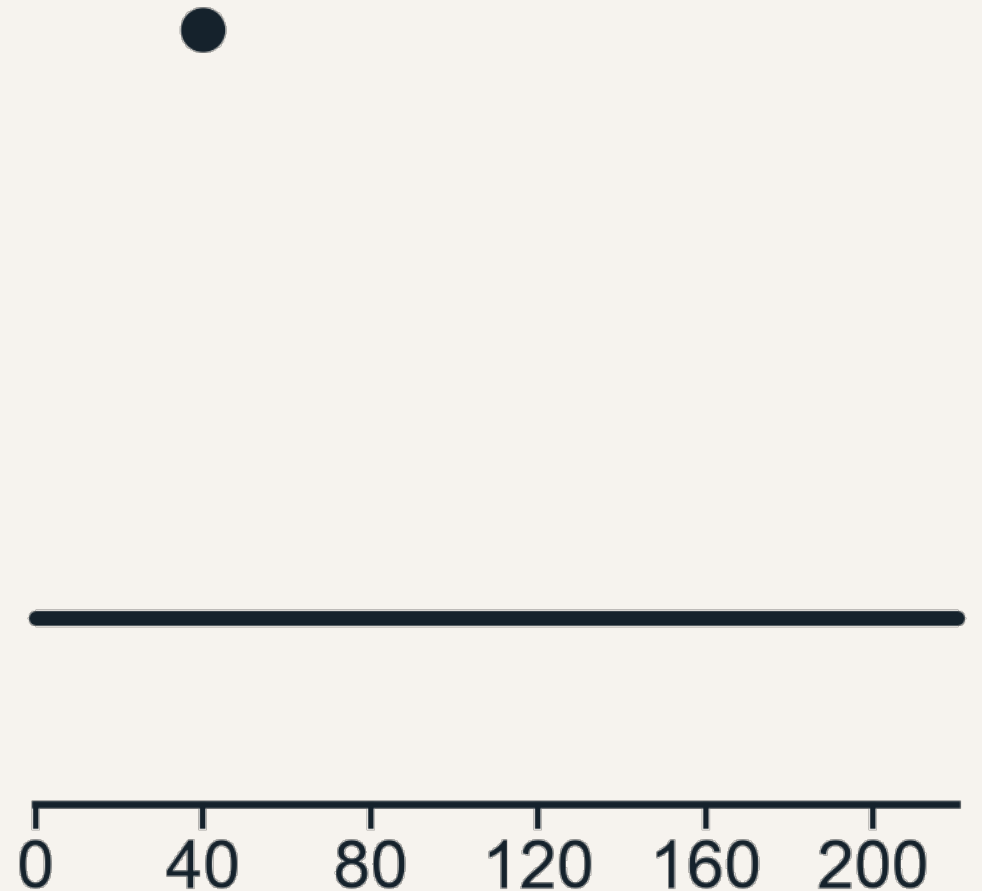
16,5 je aritmetička sredina brojeva 16 i 17. Medijana ne mora biti jedan od podataka.



Kada se koristi medijana

Primer: skup sa jednim ekstremnim rezultatom

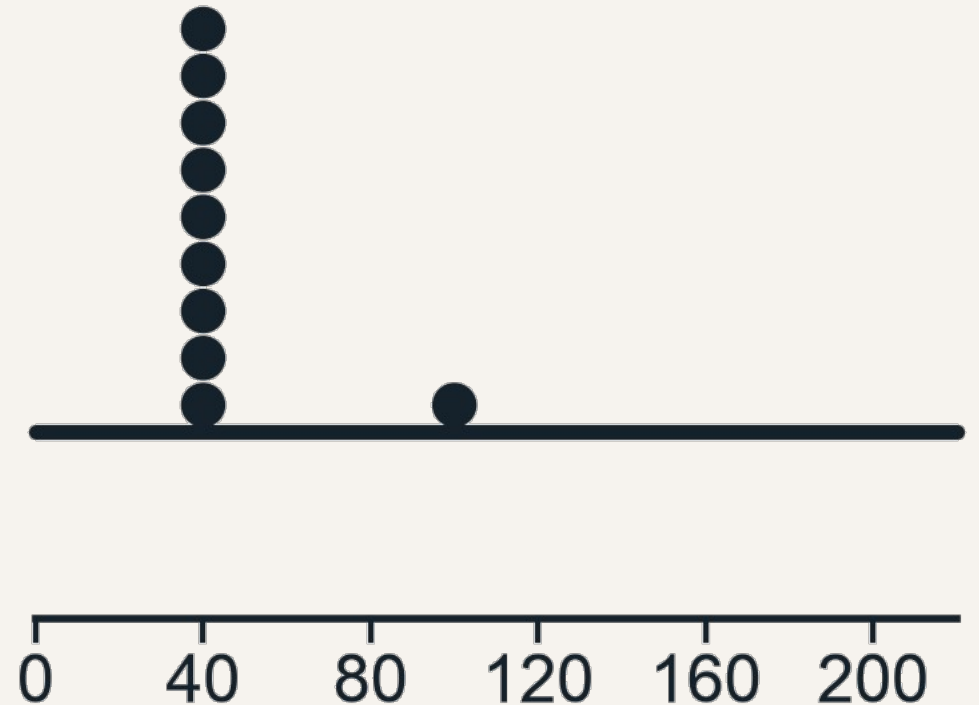
Primer (Weir i Vincent, 2021): devet osoba uradilo je po 40 trbušnjaka, a jedna 100. Na osi je broj trbušnjaka.



Kada se koristi medijana

Medijana ne zavisi od ekstremnog rezultata

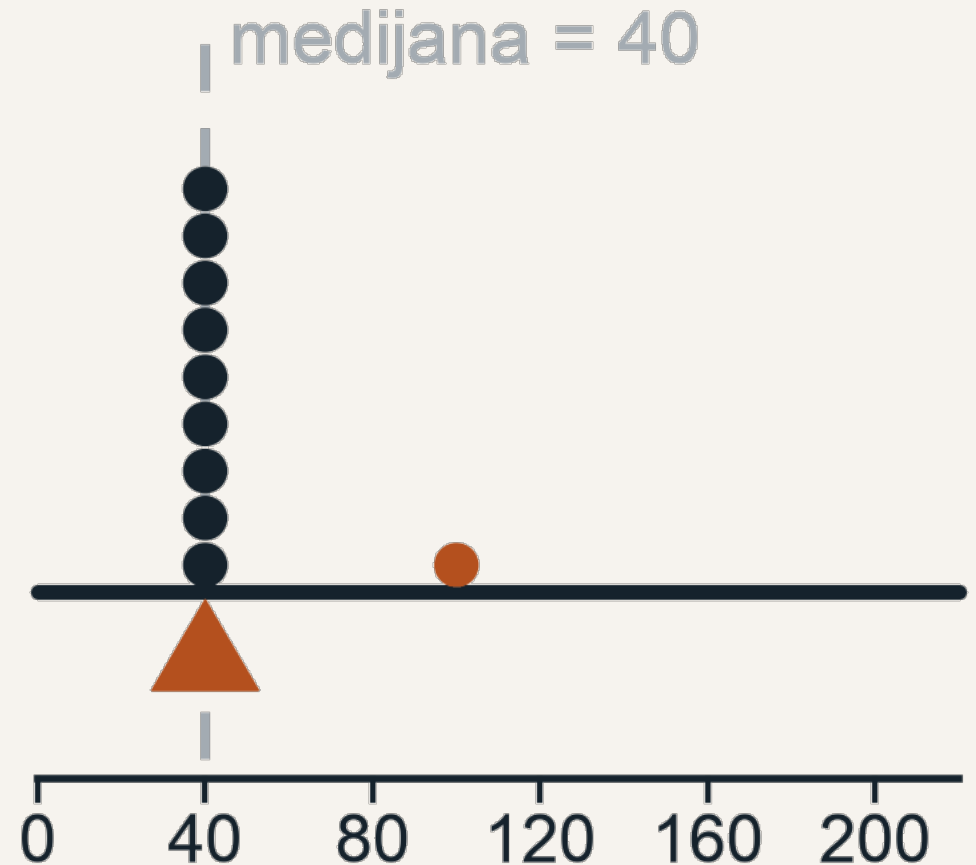
Medijana = 40: tipičan rezultat grupe.



Kada se koristi medijana

Ekstremni rezultat pomera aritmetičku sredinu

Aritmetička sredina = 46, a niko nije uradio 46. Jedan ekstremni rezultat povlači je naviše.

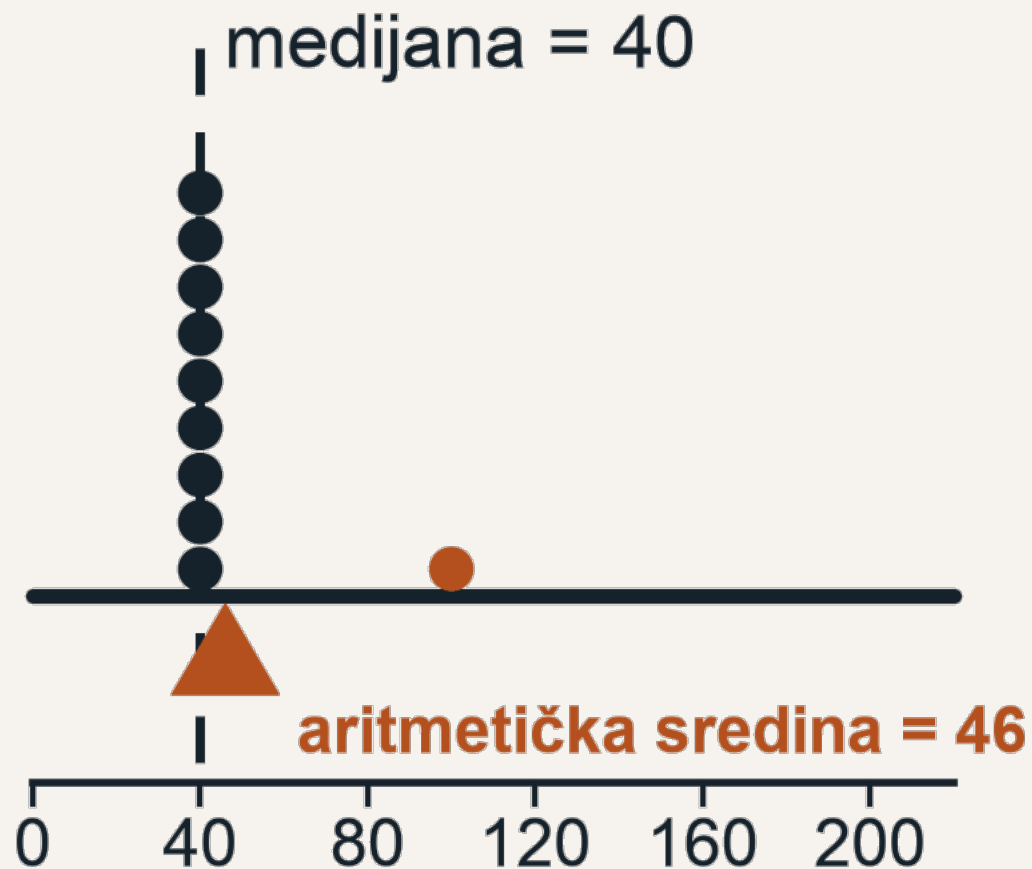


Kada se koristi medijana

Veći ekstrem više pomera aritmetičku sredinu

Ako je najbolji rezultat 200: aritmetička sredina 56, medijana i dalje 40.

Medijana se koristi za ordinalne podatke i kada postoje ekstremni rezultati.



Aritmetička sredina

Korak 1: zbir svih podataka

Aritmetička sredina ($\bar{x}$) je zbir svih podataka podeljen brojem podataka.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

$\sum x$ – zbir svih podataka

N – broj podataka

37,5	37,8	41,2	33,3	41,5	39,4
38,5	35,4	33,3	39,9	41,1	

Aritmetička sredina

Korak 2: zbir podeljen brojem podataka

Aritmetička sredina ($\bar{x}$) je zbir svih podataka podeljen brojem podataka.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

$\sum x$ – zbir svih podataka

N – broj podataka

Računa se samo za intervalnu i racionalnu skalu.

$$\sum x = 418,9 \text{ cm}$$

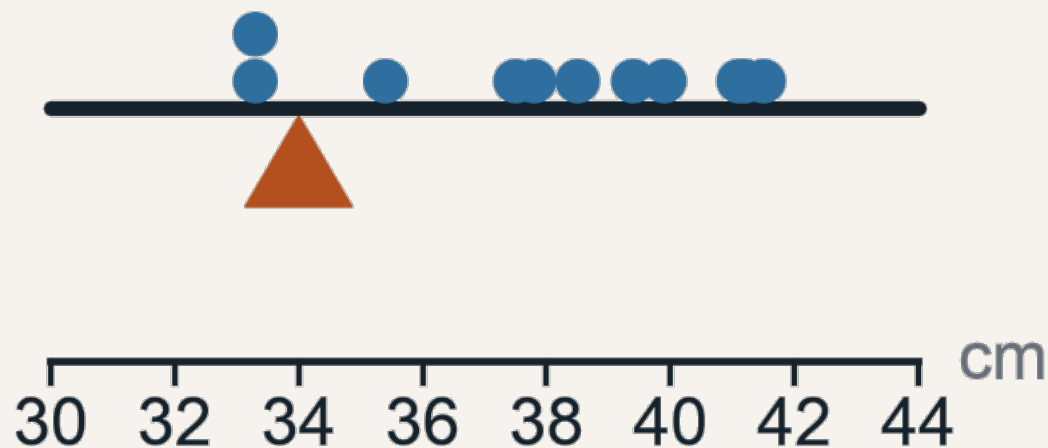
$$\bar{x} = \frac{418,9}{11}$$

$$\bar{x} = 38,1 \text{ cm}$$

Aritmetička sredina

Aritmetička sredina je težište skupa

Aritmetička sredina je težište skupa:
tačka u kojoj je greda sa jednakim
tegovima u ravnoteži.

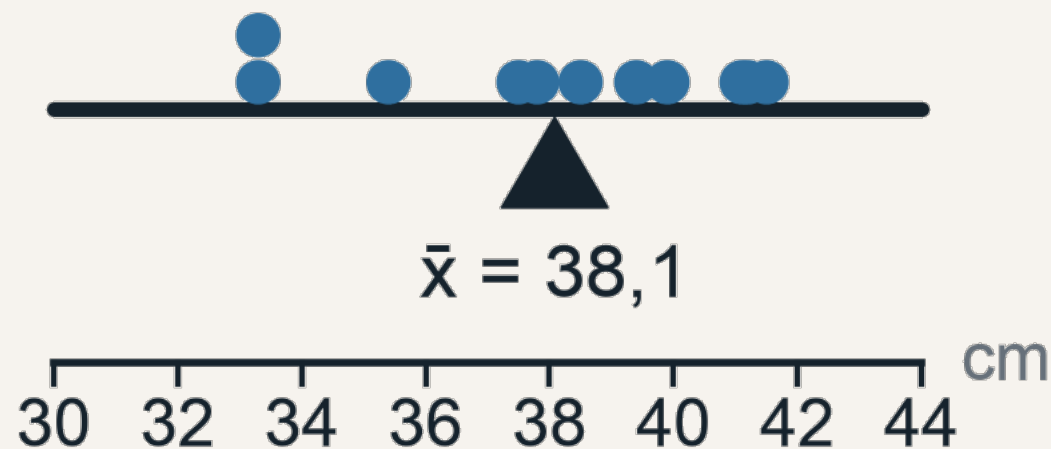


Aritmetička sredina

Bez ekstremnih rezultata: $\bar{x} \approx$ medijana

Košarkaši: $\bar{x} = 38,1$ cm, medijana = 38,5 cm. Bez ekstremnih rezultata, skoro jednake.

Kada nema ekstremnih rezultata, koristi se aritmetička sredina, jer uključuje vrednost svakog podatka.



Mere centralne tendencije

Kada se koristi mod

mera	skala	koristi se kada
mod	sve skale	nominalni podaci (jedina mera)

Mere centralne tendencije

Kada se koristi medijana

mera	skala	koristi se kada
mod	sve skale	nominalni podaci (jedina mera)
medijana	ordinalna, intervalna, racionalna	ordinalni podaci ili ekstremni rezultati

Mere centralne tendencije

Kada se koristi aritmetička sredina

mera	skala	koristi se kada
mod	sve skale	nominalni podaci (jedina mera)
medijana	ordinalna, intervalna, racionalna	ordinalni podaci ili ekstremni rezultati
aritmetička sredina	intervalna, racionalna	nema ekstremnih rezultata; za dalje račune

Mere centralne tendencije

U programu prvo proverite vrstu varijable

mera	skala	koristi se kada
mod	sve skale	nominalni podaci (jedina mera)
medijana	ordinalna, intervalna, racionalna	ordinalni podaci ili ekstremni rezultati
aritmetička sredina	intervalna, racionalna	nema ekstremnih rezultata; za dalje račune

Mere centralne tendencije

Prvo pitanje: na kojoj je skali varijabla?

Raspon

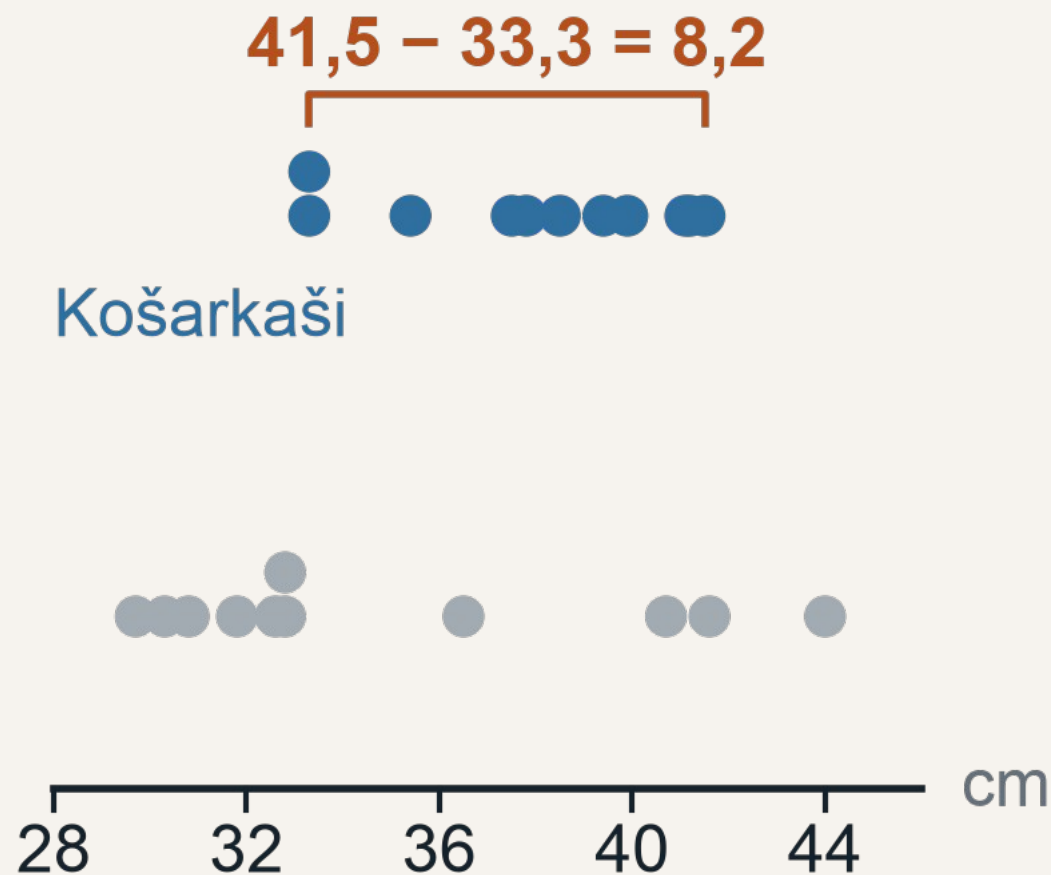
Raspon: najveća minus najmanja vrednost

Raspon (R) je razlika najveće i najmanje vrednosti.

$$R = H - L$$

H – najveća vrednost

L – najmanja vrednost



Raspon

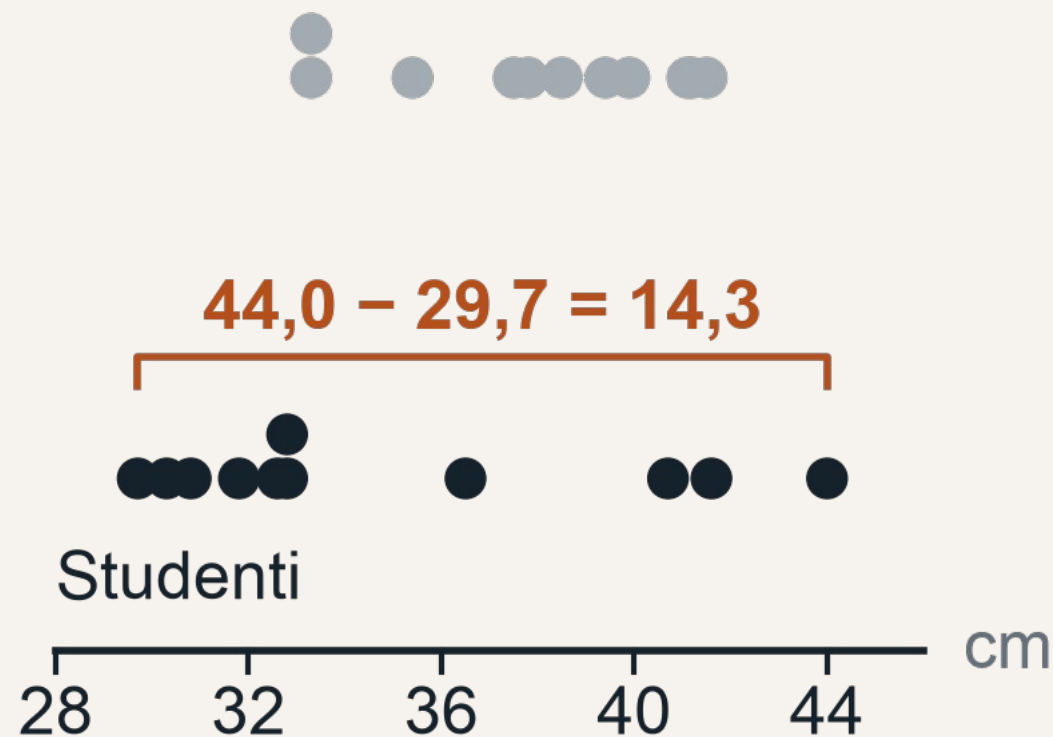
Raspon studenata

Raspon (R) je razlika najveće i najmanje vrednosti.

$$R = H - L$$

H – najveća vrednost

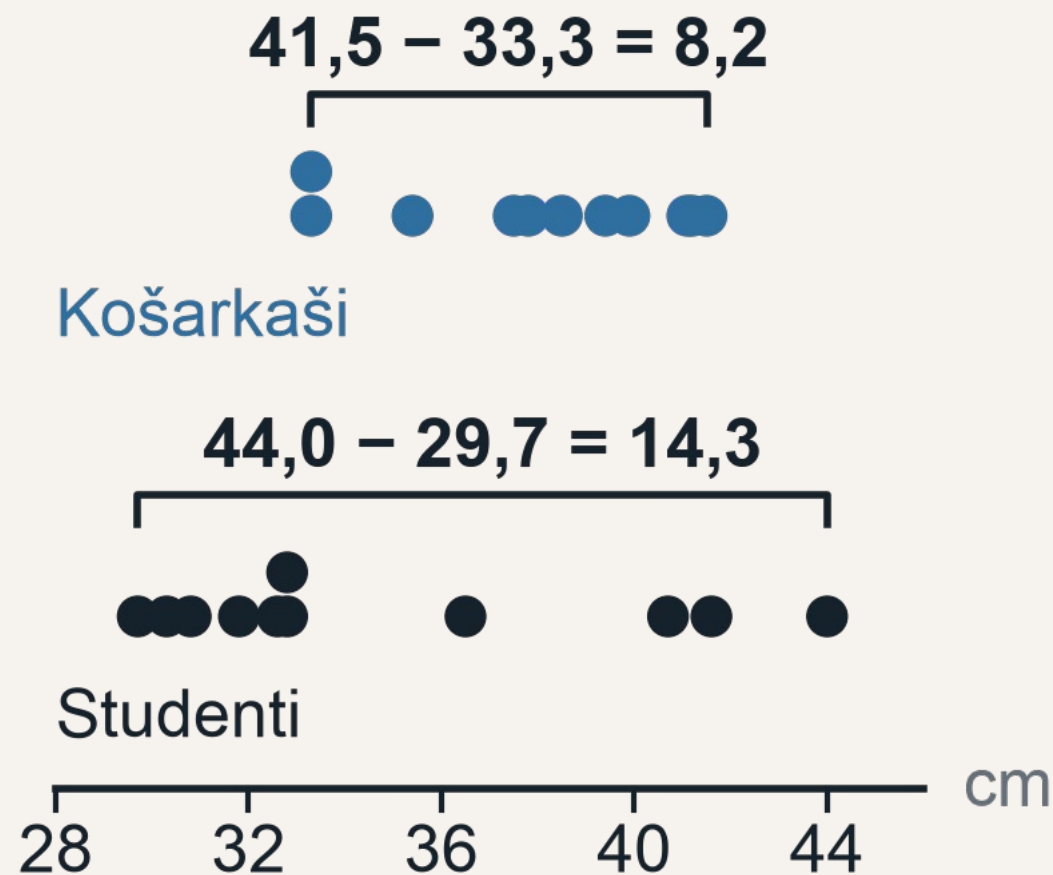
L – najmanja vrednost



Raspon

Manji raspon: homogenija grupa

Košarkaši: $R = 8,2$ cm. Studenti: $R = 14,3$ cm.

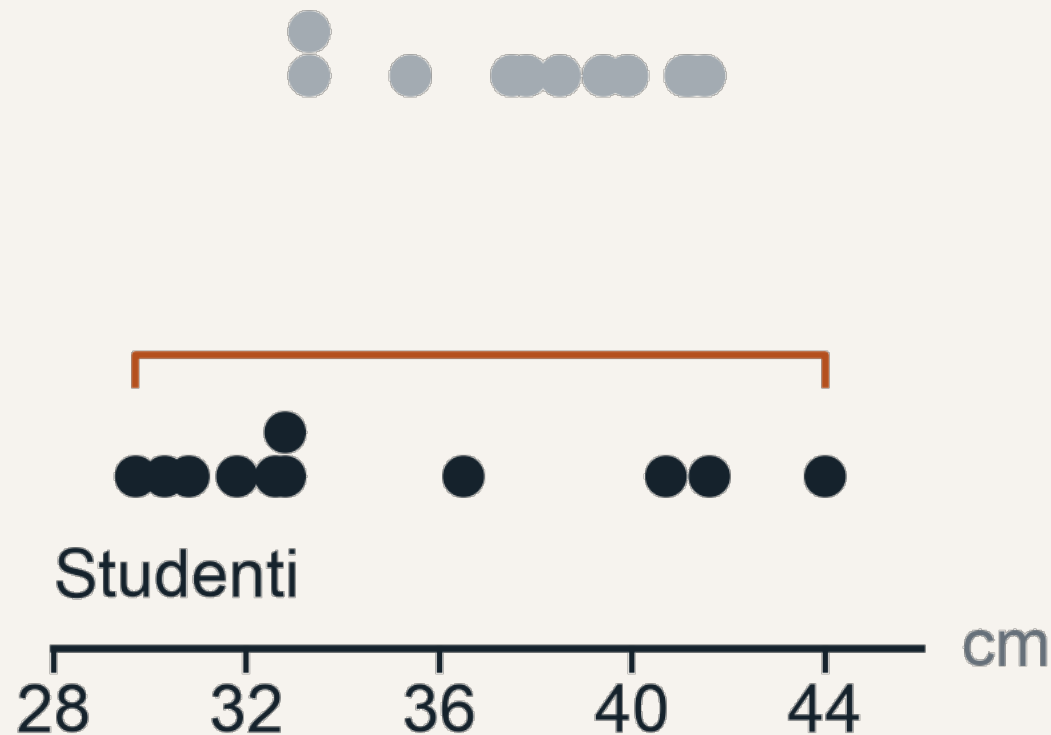


Raspon

Raspon zavisi samo od dva krajnja podatka

Bez najboljeg studenta raspon je 11,9 cm umesto 14,3 cm.

Raspon koristi samo dva podatka: jedan ekstremni rezultat ga menja, a sa više ispitanika obično raste. Nesigurna je mera disperzije.

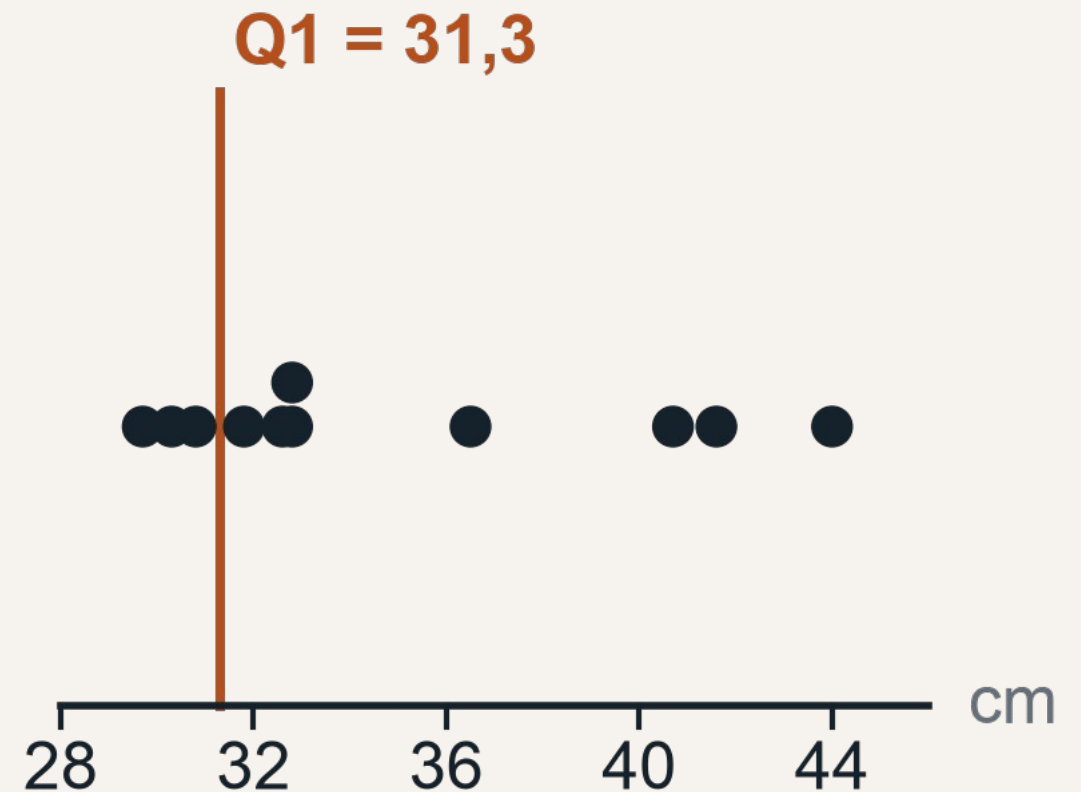


Međukvartilna razlika

Kvartili dele poređan skup na četiri dela

Kvartili dele poređan skup na četiri dela sa istim brojem podataka.

Prvi kvartil (Q1): četvrtina podataka je ispod njega.

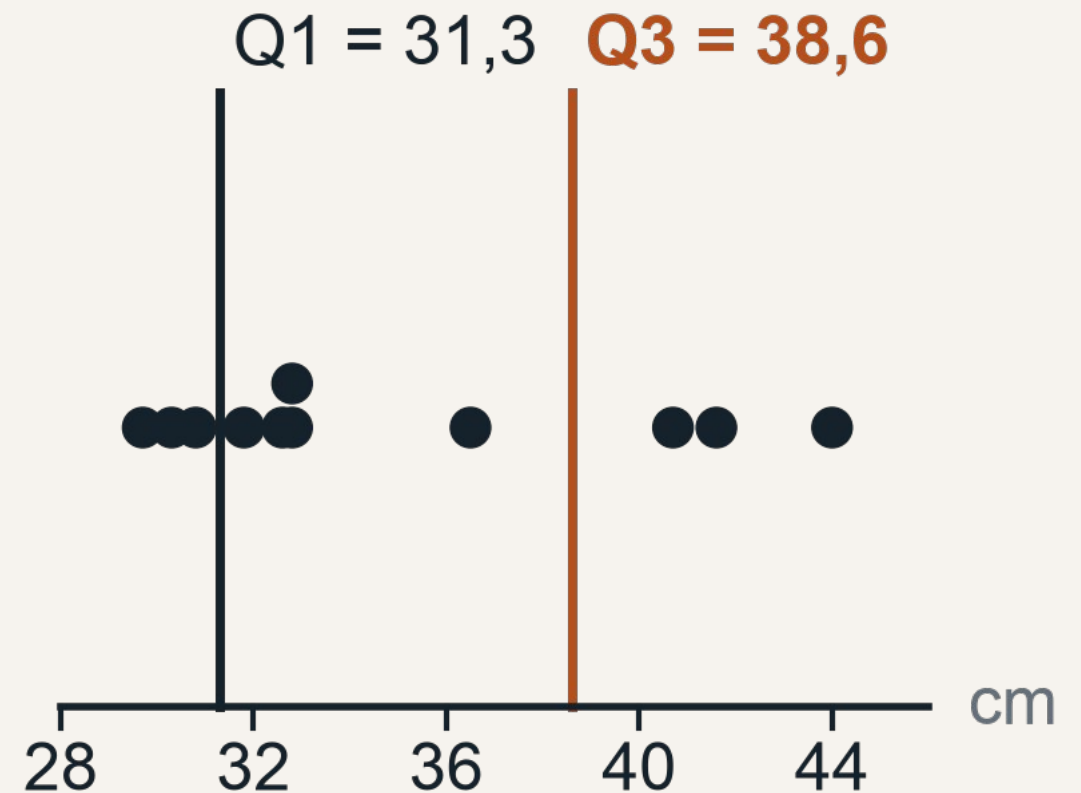


Međukvartilna razlika

Prvi i treći kvartil

Kvartili dele poređan skup na četiri dela sa istim brojem podataka.

Treći kvartil (Q3): tri četvrtine podataka su ispod njega.



Međukvartilna razlika

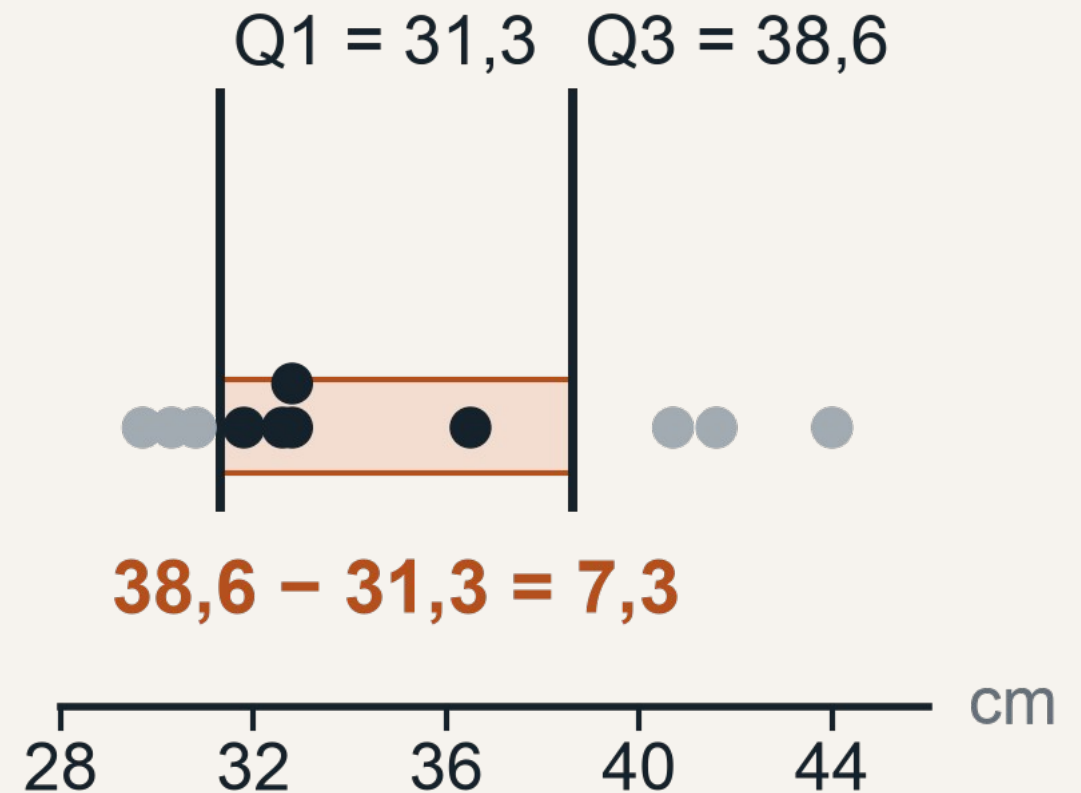
Međukvartilna razlika: srednja polovina

Međukvartilna razlika (I) obuhvata srednju polovinu podataka.

$$I = Q_3 - Q_1$$

Q_1 – prvi kvartil

Q_3 – treći kvartil

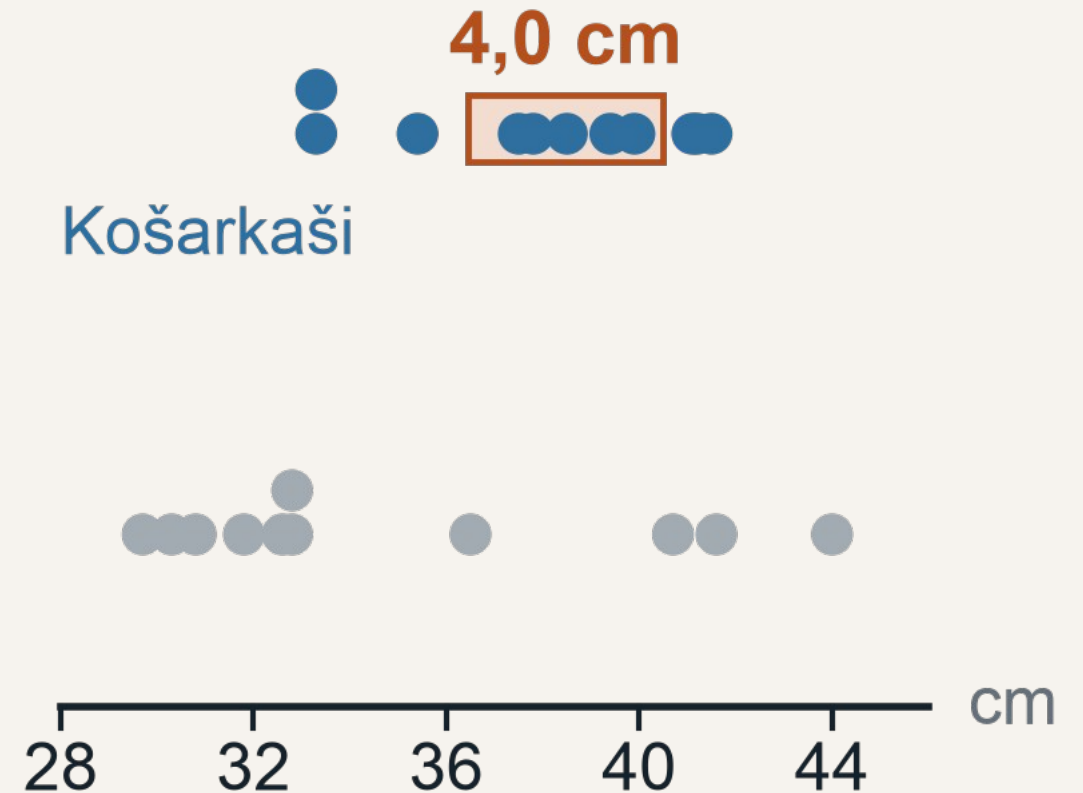


Međukvartilna razlika

Međukvartilna razlika košarkaša

$$I = Q_3 - Q_1$$

Košarkaši: $I = 4,0$ cm.

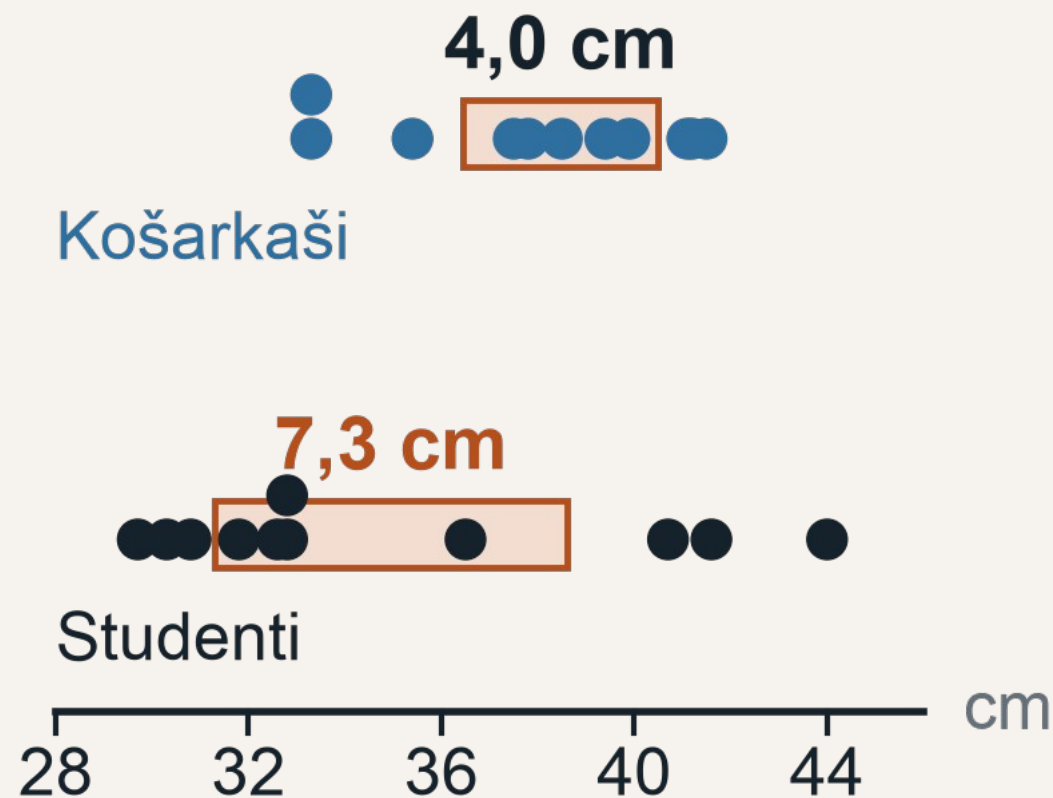


Međukvartilna razlika

Međukvartilna razlika studenata

$$I = Q_3 - Q_1$$

Studenti: $I = 7,3$ cm.



Međukvartilna razlika ide uz medijanu: ordinalni podaci i ekstremni rezultati.

Međukvartilna razlika

Programi računaju kvartile različito

Džamovi (jamovi) računa kvartile kao
Eksel (Excel) QUARTILE.INC, a SPSS
kao QUARTILE.EXC (Hyndman i Fan,
1996).

Eksel funkcija	Q3 – Q1
QUARTILE.INC	7,3

studenti, visina skoka (cm)

Međukvartilna razlika

Kod malo podataka razlika je primetna

Kod malog broja podataka razlika je primetna, a kod velikog zanemarljiva.

Uzmi vrednost koju daje program i navedi koji si program koristio.

Eksel funkcija	Q3 – Q1
QUARTILE.INC	7,3
QUARTILE.EXC	9,9

studenti, visina skoka (cm)

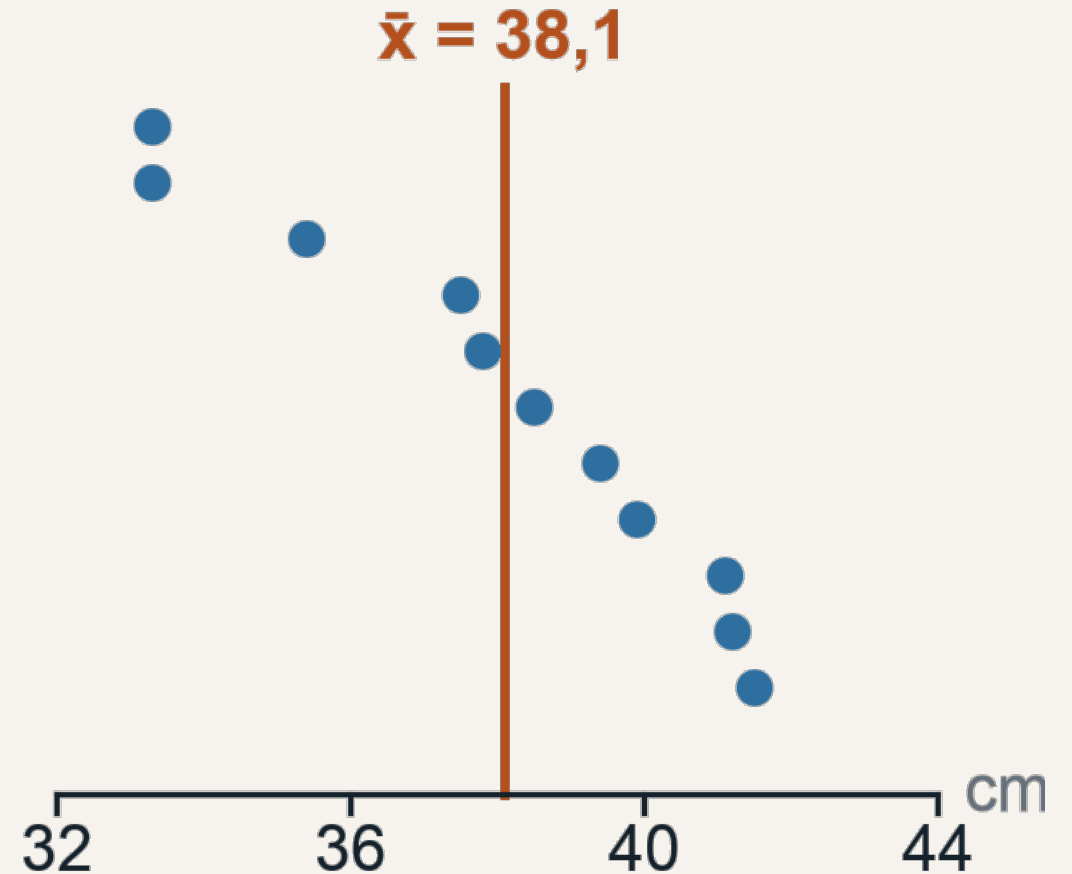
Varijansa

Korak 1: odstupanje od aritmetičke sredine

Odstupanje (d) je razlika podatka i aritmetičke sredine: $d = x - \bar{x}$.

Postupak

1 Odstupanja: $d = x - \bar{x}$.



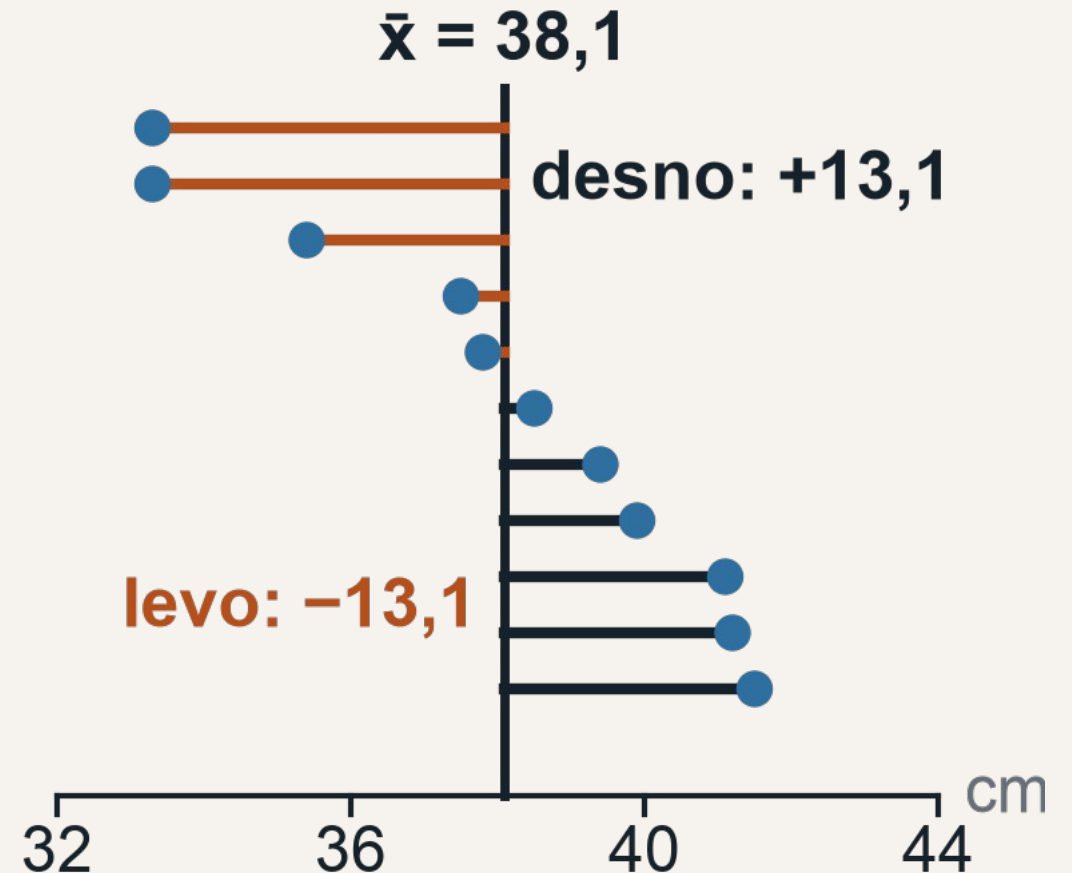
Varijansa

Zbir odstupanja je uvek nula

Postupak

1 Odstupanja: $d = x - \bar{x}$.

Zbir odstupanja je uvek nula:
odstupanja ispod i iznad aritmetičke
sredine se poništavaju.



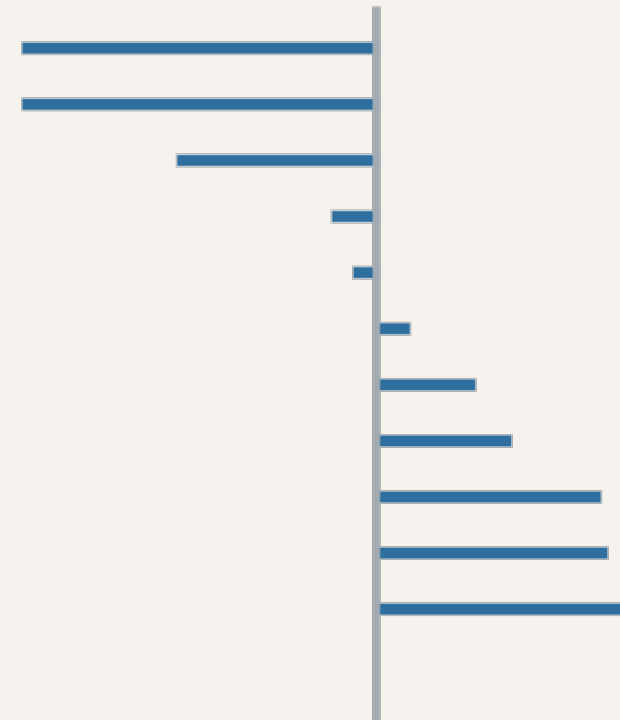
Varijansa

Korak 2: kvadrat odstupanja

Postupak

1 Odstupanja: $d = x - \bar{x}$.

2 Kvadriraj: d^2 .



Varijansa

Korak 3: zbir kvadrata

Postupak

- 1 Odstupanja: $d = x - \bar{x}$.
- 2 Kvadriraj: d^2 .
- 3 Saberi: Σd^2 .**



Varijansa

Korak 4: zbir kvadrata podeljen sa N

Varijansa (V) je aritmetička sredina kvadrata odstupanja.

Postupak

- 1 Odstupanja: $d = x - \bar{x}$.
- 2 Kvadriraj: d^2 .
- 3 Saberi: $\sum d^2$.

4 Podeli sa N: V.

$$V = \frac{\sum d^2}{N} \quad V - \text{varijansa (cm}^2\text{)}$$



A diagram consisting of a square with a black border. Inside the square, the text "8,10 cm²" is written in bold black font. To the right of the square, the fraction $\frac{89,1}{11}$ is written in black font.

Varijansa i standardna devijacija

Korak 5: standardna devijacija je koren varijanse

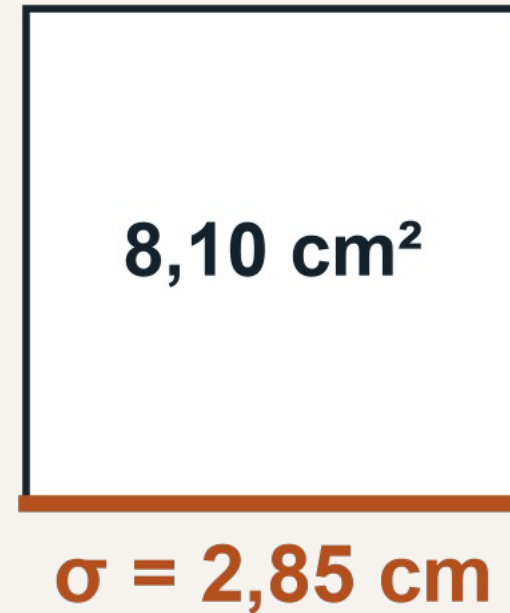
Postupak

- 1 Odstupanja: $d = x - \bar{x}$.
- 2 Kvadriraj: d^2 .
- 3 Saberi: Σd^2 .
- 4 Podeli sa N: V .

5 Koren: $\sigma = \sqrt{V}$.

$$\sigma = \sqrt{V}$$

σ – standardna devijacija, u
jedinicama podataka (cm)



8,10 cm²

$\sigma = 2,85 \text{ cm}$

Standardna devijacija uzorka

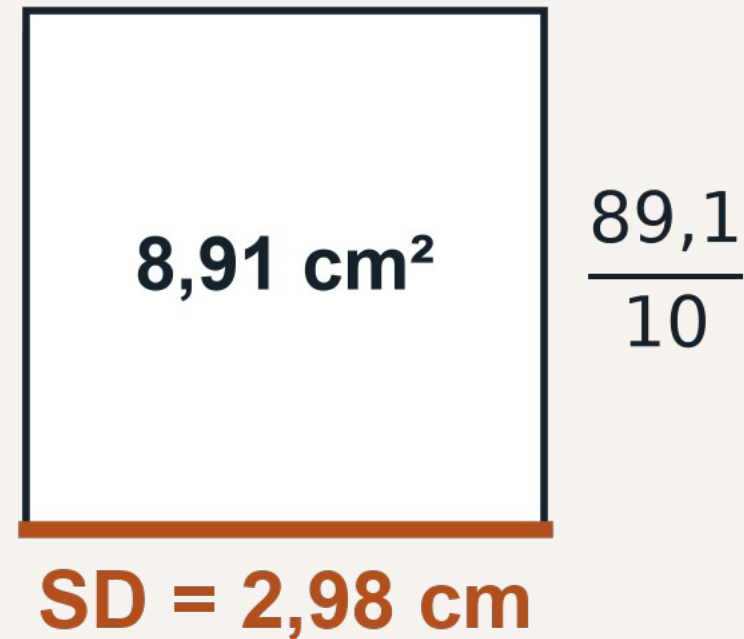
Standardna devijacija uzorka: deli se sa $N - 1$

Za uzorak se zbir kvadrata deli sa $N - 1$.

$$SD = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N - 1}}$$

SD – standardna devijacija uzorka

$N - 1$ – stepeni slobode


$$\begin{array}{c} \boxed{8,91 \text{ cm}^2} \\ \hline \frac{89,1}{10} \\ \hline \text{SD} = 2,98 \text{ cm} \end{array}$$

Stepeni slobode

Stepeni slobode: koliko podataka je slobodno

Stepeni slobode (df): broj podataka koji mogu slobodno da se menjaju kada je zbir zadat.

zbir = 140 cm



Stepeni slobode

Stepeni slobode: koliko podataka je slobodno

Stepeni slobode (df): broj podataka koji mogu slobodno da se menjaju kada je zbir zadat.

zbir = 140 cm



Stepeni slobode

Stepeni slobode: koliko podataka je slobodno

Stepeni slobode (df): broj podataka koji mogu slobodno da se menjaju kada je zbir zadat.

zbir = 140 cm



Stepeni slobode

Stepeni slobode: koliko podataka je slobodno

Stepeni slobode (df): broj podataka koji mogu slobodno da se menjaju kada je zbir zadan.

zbir = 140 cm

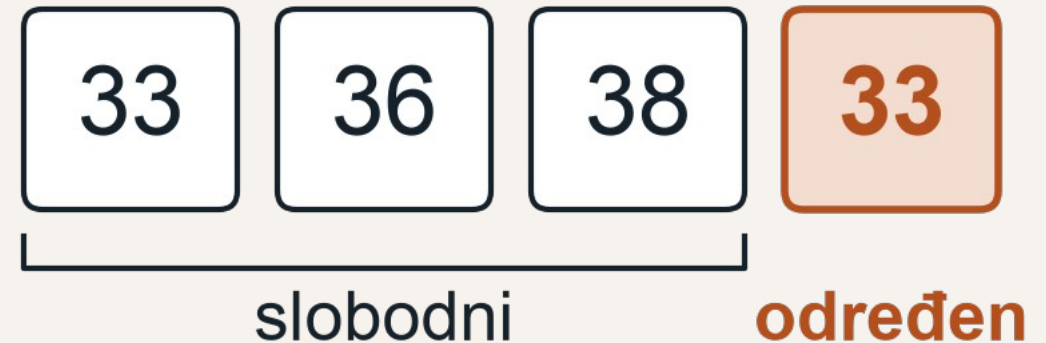


Stepeni slobode

Stepeni slobode: $df = N - 1$

$$df = N - 1$$

zbir = 140 cm



Uzorak: varijansa i SD se računaju deljenjem sa $N - 1$ (Eksel: VAR.S, STDEV.S).

$$df = 4 - 1 = 3$$

Koeficijent varijacije

SD u različitim jedinicama se ne porede

Standardne devijacije u cm i ms ne mogu se porediti.

	visina skoka	trajanje odraza
$\bar{x}$	38,1 cm	266 ms
SD	3,0 cm	28 ms

košarkaši (n = 11)

Koeficijent varijacije

Koeficijent varijacije: SD u procentima od $\bar{x}$

Koeficijent varijacije (KV) je standardna devijacija u procentima aritmetičke sredine.

$$KV = \frac{SD}{\bar{x}} \cdot 100 \%$$

	visina skoka	trajanje odraza
$\bar{x}$	38,1 cm	266 ms
SD	3,0 cm	28 ms
KV	7,8 %	10,7 %

košarkaši (n = 11)

Koeficijent varijacije

Manji koeficijent varijacije: manje rasipanje

$$KV = \frac{SD}{\bar{x}} \cdot 100 \%$$

KV pokazuje u kojoj varijabli ista grupa više varira i koja grupa više varira u istoj varijabli. Samo za racionalnu skalu.

	visina skoka	trajanje odraza
$\bar{x}$	38,1 cm	266 ms
SD	3,0 cm	28 ms
KV	7,8 %	10,7 %

košarkaši (n = 11)

Uz medijanu kvartili, uz aritmetičku sredinu standardna devijacija.

Izveštaj

Izveštaj: aritmetička sredina $\pm$ SD

visina skoka (cm)	n	$\bar{x} \pm SD$	medijana (Q1–Q3)
Košarkaši	11	38,1 $\pm$ 3,0	38,5 (36,5–40,5)

Izveštaj

Izveštaj: medijana (Q1–Q3)

visina skoka (cm)	n	$\bar{x} \pm SD$	medijana (Q1–Q3)
Košarkaši	11	38,1 $\pm$ 3,0	38,5 (36,5–40,5)
Studenti	11	34,9 $\pm$ 5,0	32,8 (31,3–38,6)

Opis uzorka nije zaključak o populaciji

visina skoka (cm)	n	$\bar{x} \pm SD$	medijana (Q1–Q3)
Košarkaši	11	$38,1 \pm 3,0$	38,5 (36,5–40,5)
Studenti	11	$34,9 \pm 5,0$	32,8 (31,3–38,6)

Za poneti

1 Grupu opisuju dve mere, uvek zajedno

Za poneti

- 1 Grupu opisuje dve mere, uvek zajedno
- 2 **Medijana: ordinalni podaci, ekstremni rezultati**

Za poneti

- 1 Grupu opisuje dve mere, uvek zajedno
- 2 Medijana: ordinalni podaci, ekstremni rezultati
- 3 Inače: aritmetička sredina $\pm$ SD

Za poneti

- 1 Grupu opisuje dve mere, uvek zajedno
- 2 Medijana: ordinalni podaci, ekstremni rezultati
- 3 Inače: aritmetička sredina $\pm$ SD
- 4 **Uzorak: deli se sa N – 1**

Vežba u četvrtak · školsko testiranje, 125 učenika

1 Vrsta varijabli i histogrami

Vežba u četvrtak · školsko testiranje, 125 učenika

1 Vrsta varijabli i histogrami

2 Tabela pokazatelja u Džamoviju, po polu

Vežba u četvrtak · školsko testiranje, 125 učenika

1 Vrsta varijabli i histogrami

2 Tabela pokazatelja u Džamoviju, po polu

3 Eksel: medijana i SD korak po korak

Vežba u četvrtak · školsko testiranje, 125 učenika

- 1 Vrsta varijabli i histogrami
- 2 Tabela pokazatelja u Džamoviju, po polu
- 3 Eksel: medijana i SD korak po korak
- 4 **KV: u kom testu se rezultati najviše međusobno razlikuju**

Vežba u četvrtak · školsko testiranje, 125 učenika

- 1 Vrsta varijabli i histogrami
- 2 Tabela pokazatelja u Džamoviju, po polu
- 3 Eksel: medijana i SD korak po korak
- 4 KV: u kom testu se rezultati najviše međusobno razlikuju
- 5 **Kratak opis grupe**

Literatura

Dizdar, D. (2006). Kvantitativne metode. Zagreb: Kineziološki fakultet.

Hyndman, R. J., & Fan, Y. (1996). Sample quantiles in statistical packages. *The American Statistician*, 50(4), 361–365.

<https://doi.org/10.1080/00031305.1996.10473566>

Mandić, R., Knežević, O. M., Mirkov, D. M., & Jarić, S. (2016). Control strategy of maximum vertical jumps: The preferred countermovement depth may not be fully optimized for jump height. *Journal of Human Kinetics*, 52, 85–94.

<https://doi.org/10.1515/hukin-2015-0196>

Weir, J. P., & Vincent, W. J. (2021). *Statistics in kinesiology* (5th ed.). Human Kinetics.

Hvala

Dragan M. Mirkov

Univerzitet u Beogradu, Fakultet sporta i fizičkog vaspitanja

dragan.mirkov@fsfv.bg.ac.rs