

---

# STATISTIKA

U FIZIČKOM VASPITANJU I SPORTU

Razlike između dva uzorka: T test

---

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

---

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- T test za nezavisne uzorke
- T test za zavisne uzorke

---

U praksi često želimo da uporedimo prosečne rezultate između dve grupe – na primer, sportista i rekreativaca, učenika koji su prošli različite programe obuke, ili istih osoba pre i posle neke intervencije. Da bismo utvrdili da li je razlika između tih grupa **statistički značajna**, koristimo odgovarajuće testove, među kojima je **T test** najčešći izbor kada se porede dve grupe.

Prvo se osvrćemo na osnovnu ideju testiranja razlika – kako statistika pomaže da odlučimo da li je uočena razlika u rezultatima realna ili je mogla nastati slučajno.

Zatim razmatramo dve najčešće varijante T testa:

**T test za nezavisne uzorke** koristi se kada su ispitanici u grupama različiti, tj. kada ne postoji međuzavisnost među posmatranjima (na primer, poređenje dve različite ekipe).

**T test za zavisne uzorke** primenjuje se kada se isti ispitanici testiraju u dva različita trenutka ili pod dva različita uslova (na primer, pre i posle treninga).

Razumevanje razlike između ove dve vrste T testa ključno je za pravilnu primenu metode i tačnu interpretaciju rezultata.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

### • Testiranje razlika

- T test za nezavisne uzorke
- T test za zavisne uzorke

## Testiranje razlika

Kada imamo:

- dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-**dve grupe**
- **Dva puta** smo merili istu varijablu unutar istog uzorka (jedna populacija)

Varijabla od interesa je:

- Na intervalnoj ili racionalnoj skali
- Podaci su normalno raspodeljeni

Možemo primeniti **t-test** da bi smo ispitali da li se ta dva skupa razlikuju po posmatranoj varijabli

Da bismo koristili **t-test**, potrebno je da ispunimo određene uslove.

Najpre, **kontekst u kojem primenjujemo testiranje razlika** podrazumeva dve osnovne situacije:

Kada imamo **dva nezavisna uzorka**, tj. podatke koji potiču od **dve različite grupe** ispitanika. Na primer, upoređujemo visinu skoka između sportista i rekreativaca.

Kada smo **dva puta merili istu varijablu kod istih ispitanika**, tj. kada se radi o **zavisnim merenjima**. Primer bi bio merenje rezultata pre i posle nekog tretmana ili treninga.

U oba slučaja, cilj je da ispitamo **da li postoji razlika u srednjim vrednostima** posmatrane varijable između ta dva skupa podataka.

Da bismo mogli primeniti t-test, posmatrana varijabla mora da ispunjava sledeće kriterijume:

Da je merenje izvršeno na **intervalnoj ili racionalnoj skali** (npr. vreme, visina, težina, broj ponavljanja).

Da su **podatci približno normalno raspodeljeni**, što je važno za validnost testa.

Ako su ti uslovi ispunjeni, možemo **primeniti t-test** kako bismo ispitali da li su razlike između dva skupa podataka **statistički značajne**, tj. da li ih možemo objasniti nečim drugim osim pukom slučajnošću.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- **T test za nezavisne uzorke**
- T test za zavisne uzorke

## T test za nezavisne uzorke

dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-**dve grupe**

|                        | Uzorak 1 ( $N_1$ )              | Uzorak 2 ( $N_2$ )              | Razlika                                  |
|------------------------|---------------------------------|---------------------------------|------------------------------------------|
|                        | Varijabla $X_1$                 | Varijabla $X_2$                 |                                          |
| Aritmetička sredina:   | $\bar{X}_1$                     | $\bar{X}_2$                     | $\Delta X =  \bar{X}_1 - \bar{X}_2 $     |
| Standardna devijacija: | $S_1$                           | $S_2$                           |                                          |
| Standardna greška:     | $SE_1 = \frac{S_1}{\sqrt{N_1}}$ | $SE_2 = \frac{S_2}{\sqrt{N_2}}$ | $SE_{\Delta X} = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$ |

4

Dragan Mirkov

Kada želimo da uporedimo dve **nezavisne grupe** – to jest, uzorke koji potiču od **različitih populacija** – koristimo **t-test za nezavisne uzorke**. Primer bi mogao biti poređenje visine skoka između fudbalera i košarkaša, ili između eksperimentalne i kontrolne grupe.

Svaka grupa ima svoju:

- **Aritmetičku sredinu** ( $\bar{X}_1$  i  $\bar{X}_2$ ) – prosečne vrednosti posmatrane varijable u obe grupe.
- **Standardnu devijaciju** ( $S_1$  i  $S_2$ ) – koja opisuje rasipanje rezultata unutar svake grupe.
- **Standardnu grešku** ( $SE_1$  i  $SE_2$ ) – koja se dobija deljenjem standardne devijacije sa kvadratnim korenom iz broja ispitanika u grupi, i koja procenjuje pouzdanost srednje vrednosti.

Razlika između grupa se računa kao:

$$\Delta X = |\bar{X}_1 - \bar{X}_2|$$

Da bismo znali koliko je ta razlika pouzdana, računamo **standardnu grešku razlike** ( $SE_{\Delta X}$ ), koja zavisi od standardnih grešaka obe grupe:

$$SE_{\Delta X} = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$$

Ove vrednosti su osnova za izračunavanje t-vrednosti, na osnovu koje procenjujemo da li je uočena razlika **statistički značajna** ili je mogla nastati slučajno.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- **T test za nezavisne uzorke**
- T test za zavisne uzorke

## T test za nezavisne uzorke

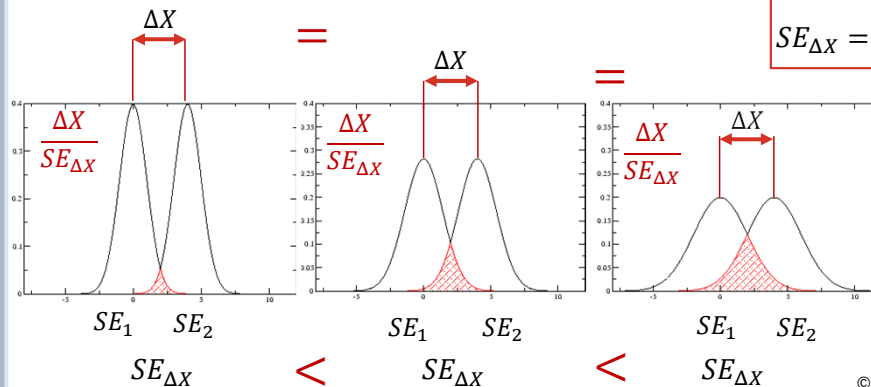
dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-**dve grupe**

- **Da li je razlika posledica slučajja?**

Razlika

$$\Delta X = |\bar{X}_1 - \bar{X}_2|$$

$$SE_{\Delta X} = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$$



© Frank Starmer

5

Dragan Mirkov

Kada dobijemo razliku između dve grupe ( $\Delta X$ ), postavlja se važno pitanje: **da li je ta razlika dovoljno velika da nije rezultat slučajnosti?**

T-test upravo meri odnos između:

**Veličine razlike između aritmetičkih sredina ( $\Delta X$ ), i**

**Standardne greške te razlike ( $SE_{\Delta X}$ ), koja predstavlja nesigurnost procene.**

Na slajdu su prikazana tri primera gde je razlika  **$\Delta X$**  ista, ali se **standardna greška  $SE_{\Delta X}$**  razlikuje:

**Na prvom grafikonu** (levo),  $SE_{\Delta X}$  je **najmanja** – razlika  $\Delta X$  u odnosu na nju izgleda velika, što vodi ka **većoj t-vrednosti** i većoj verovatnoći da razlika nije posledica slučajnosti.

**Na srednjem grafikonu**,  $SE_{\Delta X}$  je umerena – odnos  $\Delta X / SE_{\Delta X}$  je manji nego u prvom slučaju.

**Na trećem grafikonu** (desno),  $SE_{\Delta X}$  je **najveća** – razlika  $\Delta X$  deluje mala u odnosu na rasipanje podataka, pa je manja šansa da je statistički značajna.

**Zaključak:**

T-vrednost (dobijena kao  $\Delta X / SE_{\Delta X}$ ) pokazuje koliko je razlika „veća od šuma“, tj. da li možemo da tvrdimo da razlika između grupa postoji i u populaciji, a ne samo u našem uzorku. Što je ta vrednost veća, to su šanse da je razlika nastala slučajno – manje.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- **T test za nezavisne uzorke**
- T test za zavisne uzorke

## T test za nezavisne uzorke

dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-**dve grupe**

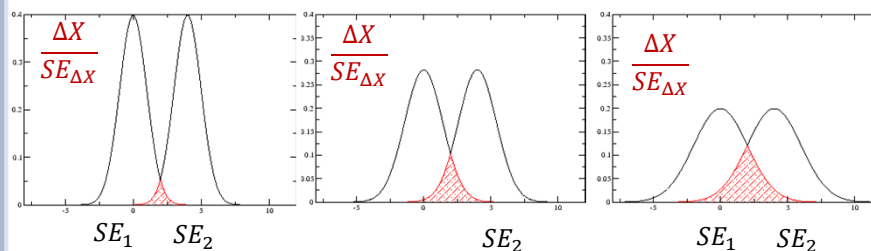
- **Da li je razlika posledica slučajja?**

Razlika

$$\Delta X = |\bar{X}_1 - \bar{X}_2|$$

$$t = \frac{\Delta X}{SE_{\Delta X}}$$

$$SE_{\Delta X} = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$$



© Frank Starmer

6

Dragan Mirkov

videli smo da ista razlika između srednjih vrednosti ( $\Delta X$ ) može biti **više ili manje uverljiva**, u zavisnosti od **veličine standardne greške ( $SE_{\Delta X}$ )**. Što je standardna greška manja, razlika deluje pouzdanije, odnosno **manja je verovatnoća da je rezultat slučajnosti**.

Da bismo tu procenu izrazili brojačno, koristimo **t-vrednost**, koja predstavlja **odnos razlike i njene greške**:

$t = \Delta X / SE_{\Delta X}$ . Taj odnos nam pokazuje koliko je razlika „velika u odnosu na šum“. **Što je t-vrednost veća, to je razlika između grupa izraženija u odnosu na unutrašnju varijabilnost podataka i manja je verovatnoća da je takva razlika nastala slučajno.**

Na prikazanim grafikonima:

- Razlika  $\Delta X$  ostaje ista.
- **Menja se  $SE_{\Delta X}$** , što utiče na t-vrednost.
- U prvom slučaju (levo), razlika je **velika u odnosu na grešku** → **visoka t-vrednost** → velika verovatnoća da razlika zaista postoji.
- U trećem slučaju (desno), razlika je **mala u odnosu na grešku** → **nizak t** → velika šansa da je razlika nastala slučajno.

Zato je važno ne gledati samo koliko je razlika između grupa, već i **koliko je ta razlika pouzdana**, tj. da li može da se objasni nasumičnim variranjem rezultata unutar grupa.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- **T test za nezavisne uzorke**
- T test za zavisne uzorke

## T test za nezavisne uzorke

dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-**dve grupe**

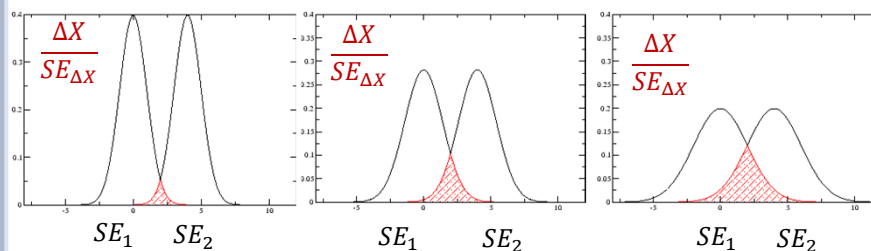
- **Da li je razlika posledica slučaja?**

Razlika

$$\Delta X = |\bar{X}_1 - \bar{X}_2|$$

$$t > t > t$$

$$SE_{\Delta X} = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$$



© Frank Starmer

7

Dragan Mirkov

T-vrednost zavisi ne samo od veličine razlike između srednjih vrednosti ( $\Delta X$ ), već i od toga koliko je standardna greška te razlike ( $SE_{\Delta X}$ ).

Kada je standardna greška mala, dobijena razlika između grupa deluje uverljivije, pa t-vrednost raste. Obrnuto, kada je standardna greška velika, ista razlika deluje manje pouzdano i t-vrednost opada.

Drugim rečima:

**Manja  $SE_{\Delta X}$  → veći  $t$  → veća šansa da razlika nije slučajna**

**Veća  $SE_{\Delta X}$  → manji  $t$  → veća šansa da je razlika posledica varijabilnosti podataka**

Ovaj odnos jasno pokazuje da se u t-testu ne ocenjuje samo koliko je razlika, već koliko je ona **pouzdana** u odnosu na unutrašnju varijabilnost.

Što je razlika izraženija u odnosu na grešku merenja, to je manja verovatnoća da je nastala slučajno.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- **T test za nezavisne uzorke**
- T test za zavisne uzorke

## T test za nezavisne uzorke

dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-**dve grupe**

- **Koliko t mora da bude (da razlika ne bi bila posledica slučaja)?**

Razlika

$$\Delta X = |\bar{X}_1 - \bar{X}_2|$$

Zavisi od

$$SE_{\Delta X} = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$$

- koliko smo „spremni“ da „pogrešimo“ ( $\alpha$  - verovatnoća greške)
- Veličine oba uzorka (broja stepeni slobode – **df**)
- U kom smeru (two tail/one tail) očekujemo da će biti razlike

Sada kada znamo kako se t-vrednost računa i šta predstavlja, postavlja se ključno pitanje:

**Koliko t mora da bude da bismo rekli da razlika nije posledica slučajnosti?**

Odnosno: **gde je granica iznad koje smatramo da je razlika statistički značajna?**

Odgovor zavisi od nekoliko faktora:

**Koliki nivo greške smo spremni da prihvatimo** – označava se grčkim slovom  $\alpha$  (alfa) i najčešće se postavlja na 0.05 (što znači da prihvatamo 5% verovatnoće da grešimo ako zaključimo da razlika postoji). Što je  $\alpha$  manja, to mora biti veća t-vrednost da bi razlika bila značajna.

**Veličine uzoraka, odnosno stepeni slobode (df)** – što je uzorak veći, to je procena sredine pouzdanija, i manja t-vrednost može biti dovoljna da bi razlika bila značajna.

**Smer testiranja** – da li proveravamo da li postoji bilo kakva razlika (**dvostrani test, two-tail**), ili nas interesuje razlika u određenom smeru (**jednostrani test, one-tail**). Kod jednostranog testa, granica za značajnost je nešto niža jer je „raspodeljena“ samo na jednu stranu.

Drugim rečima, t-vrednost koju dobijemo izračunavanjem upoređujemo sa **kritičnom t-vrednošću**, koja zavisi od ova tri faktora. Ako je naša t-vrednost veća od kritične, **smatramo da je razlika statistički značajna**.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- **T test za nezavisne uzorke**
- T test za zavisne uzorke

## T test za nezavisne uzorke

dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-**dve grupe**

Razlika

$$\Delta X = |\bar{X}_1 - \bar{X}_2|$$

- **Koliko  $t$  mora da bude (da razlika ne bi bila posledica slučaja)?**

- $\alpha$  najčešće 0.05 (0.1; 0.01)
- $df = (N_1 - 1) + (N_2 - 1)$
- $\alpha$  i  $df$  „definišu“ kritičnu vrednost  $t_k$

$$SE_{\Delta X} = \sqrt{SE_1^2 + SE_2^2}$$

- **Da bi razlika bila „statistički značajna“ (nije posledica slučaja):**

$$t > t_k$$

Videli smo da na to kolika  $t$ -vrednost treba da bude da bismo smatrali razliku značajnom, utiču: prihvatljiv nivo greške ( $\alpha$ ), veličina uzorka ( $df$ ), i smer testiranja (jednostrani ili dvostrani test).

Upravo te vrednosti zajedno određuju **kritičnu vrednost  $t$  ( $t_k$ )** – to je granica iznad koje možemo reći da razlika **nije verovatno nastala slučajno**.

Najčešće se koristi:

**$\alpha = 0.05$** , što znači da smo spremni da prihvatimo 5% rizika da pogrešimo,

**$df$  (stepeni slobode)** za dva nezavisna uzorka računaju se kao zbir:

$$df = (N_1 - 1) + (N_2 - 1)$$

Kombinacijom  $\alpha$  i  $df$  u  $t$ -tabeli dobijamo **kritičnu vrednost  $t_k$** . Ako je naša izračunata  $t$ -vrednost veća od te granice, donosi se zaključak da je razlika **statistički značajna**:

$t > t_k$  Drugim rečima, razlika je dovoljno velika u odnosu na grešku da se ne može objasniti samo slučajnošću.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- **T test za nezavisne uzorke**
- T test za zavisne uzorke

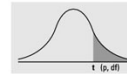
## T test za nezavisne uzorke

dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-**dve grupe**

$$t_{(\alpha, df)}$$

Svako izračunato **t** može da se „transformiše u odgovarajuću verovatnoću (p)

- **Ako je**  $t > t_k$
- **Onda je**  $p < \alpha$



| d/p | 0.40     | 0.25     | 0.10     | 0.05     | 0.025    | 0.01     | 0.005    | 0.0005   |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1   | 0.324920 | 1.000000 | 3.077684 | 6.313752 | 12.70620 | 31.82052 | 63.65574 | 636.6192 |
| 2   | 0.288675 | 0.816497 | 1.885618 | 2.919886 | 4.30265  | 6.96456  | 9.92484  | 31.5991  |
| 3   | 0.276671 | 0.764852 | 1.637744 | 2.353363 | 3.18245  | 4.54070  | 5.84091  | 12.9240  |
| 4   | 0.270722 | 0.740697 | 1.533206 | 2.131847 | 2.77645  | 3.74695  | 4.60409  | 8.6103   |
| 5   | 0.267181 | 0.726687 | 1.475884 | 2.015048 | 2.57058  | 3.36493  | 4.03214  | 6.8688   |
| 6   | 0.264835 | 0.717558 | 1.439756 | 1.943180 | 2.44691  | 3.14267  | 3.70743  | 5.9588   |
| 7   | 0.263167 | 0.711142 | 1.414924 | 1.894579 | 2.36462  | 2.99795  | 3.49848  | 5.4079   |
| 8   | 0.261921 | 0.706387 | 1.396815 | 1.859548 | 2.30600  | 2.89646  | 3.35539  | 5.0413   |
| 9   | 0.260955 | 0.702722 | 1.383029 | 1.833113 | 2.26216  | 2.82144  | 3.24984  | 4.7809   |
| 10  | 0.260185 | 0.699812 | 1.372184 | 1.812461 | 2.22814  | 2.76377  | 3.16927  | 4.5869   |
| 11  | 0.259556 | 0.697445 | 1.363430 | 1.795885 | 2.20099  | 2.71808  | 3.10561  | 4.4370   |
| 12  | 0.259033 | 0.695483 | 1.356217 | 1.782288 | 2.17881  | 2.68100  | 3.05454  | 4.3178   |
| 13  | 0.258591 | 0.693829 | 1.350171 | 1.770933 | 2.16037  | 2.65031  | 3.01228  | 4.2208   |
| 14  | 0.258213 | 0.692417 | 1.345030 | 1.761310 | 2.14479  | 2.62449  | 2.97684  | 4.1405   |
| 15  | 0.257885 | 0.691197 | 1.340606 | 1.753050 | 2.13145  | 2.60248  | 2.94671  | 4.0728   |
| 16  | 0.257599 | 0.690132 | 1.336757 | 1.745884 | 2.11991  | 2.58349  | 2.92078  | 4.0150   |
| 17  | 0.257347 | 0.689195 | 1.333379 | 1.739607 | 2.10982  | 2.56693  | 2.89823  | 3.9651   |
| 18  | 0.257123 | 0.688364 | 1.330391 | 1.734064 | 2.10092  | 2.55238  | 2.87844  | 3.9216   |
| 19  | 0.256923 | 0.687621 | 1.327728 | 1.729133 | 2.09302  | 2.53948  | 2.86093  | 3.8834   |
| 20  | 0.256743 | 0.686954 | 1.325341 | 1.724718 | 2.08596  | 2.52798  | 2.84534  | 3.8495   |
| 21  | 0.256580 | 0.686352 | 1.323188 | 1.720743 | 2.07961  | 2.51765  | 2.83136  | 3.8193   |
| 22  | 0.256432 | 0.685805 | 1.321237 | 1.717144 | 2.07387  | 2.50832  | 2.81876  | 3.7921   |
| 23  | 0.256297 | 0.685306 | 1.319460 | 1.713872 | 2.06866  | 2.49987  | 2.80734  | 3.7676   |
| 24  | 0.256173 | 0.684850 | 1.317836 | 1.710882 | 2.06390  | 2.49216  | 2.79694  | 3.7454   |
| 25  | 0.256060 | 0.684430 | 1.316345 | 1.708141 | 2.05954  | 2.48511  | 2.78744  | 3.7251   |
| 26  | 0.255955 | 0.684043 | 1.314972 | 1.705618 | 2.05553  | 2.47863  | 2.77871  | 3.7066   |
| 27  | 0.255858 | 0.683685 | 1.313703 | 1.703288 | 2.05183  | 2.47266  | 2.77068  | 3.6896   |
| 28  | 0.255768 | 0.683353 | 1.312527 | 1.701131 | 2.04841  | 2.46714  | 2.76326  | 3.6739   |
| 29  | 0.255684 | 0.683044 | 1.311434 | 1.699127 | 2.04523  | 2.46202  | 2.75639  | 3.6594   |
| 30  | 0.255605 | 0.682756 | 1.310415 | 1.697261 | 2.04227  | 2.45726  | 2.75000  | 3.6460   |
| z   | 0.253347 | 0.674490 | 1.281552 | 1.644854 | 1.95996  | 2.32635  | 2.57563  | 3.2905   |
| CI  | 80%      | 90%      | 95%      | 98%      | 99%      | 99.9%    |          |          |

Kritična vrednost t (označena kao  $t_k$ ) zavisi od **nivoa značajnosti ( $\alpha$ )** i **stepena slobode (df)**. Te vrednosti možemo pronaći u **t-tabeli**, u kojoj za dati broj stepena slobode i odabrani  $\alpha$  čitamo granicu iznad koje razlika postaje statistički značajna.

Međutim, u savremenoj statističkoj analizi, umesto da upoređujemo  $t$  sa  $t_k$ , sve češće koristimo **p-vrednost** – to je verovatnoća da bi dobijena razlika (ili veća) mogla nastati slučajno, ako razlike zapravo nema.

Svaka izračunata **t-vrednost** može se **transformisati u p-vrednost**, i tumačenje je jednostavno:

Ako je

$t > t_k$  onda je

$p < \alpha$  što znači da je razlika **statistički značajna**.

Drugim rečima, t-test i p-vrednost vode ka istom zaključku – samo predstavljaju **dva različita načina izražavanja istog odnosa**: da li je razlika između grupa veća od onoga što bi se moglo očekivati slučajno.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- **T test za nezavisne uzorke**
- T test za zavisne uzorke

## T test za nezavisne uzorke

dva nezavisna uzorka (iz dve populacije)-

**dve grupe**

$$t = \frac{160.0 - 149.3}{\sqrt{16.0 + 14.7}} = 1.926$$

**Za:  $\alpha = 0.05$  i  $df = 28$   $t_k = 2.05$  ( $p = 0.064$ )**

$$t < t_k$$

$$p > \alpha$$

**RAZLIKA** u dužini skoka u dalj između dečaka i devojčica **NIJE STATISTIČKI ZNAČAJNA**

| N  | SuD (cm) dečaci | SuD (cm) devojčice |
|----|-----------------|--------------------|
| 1  | 185             | 160                |
| 2  | 180             | 125                |
| 3  | 160             | 145                |
| 4  | 155             | 150                |
| 5  | 150             | 170                |
| 6  | 150             | 145                |
| 7  | 145             | 130                |
| 8  | 140             | 135                |
| 9  | 180             | 135                |
| 10 | 155             | 160                |
| 11 | 140             | 165                |
| 12 | 175             | 155                |
| 13 | 170             | 140                |
| 14 | 145             | 175                |
| 15 | 170             | 150                |

|           |              |              |
|-----------|--------------|--------------|
| $\bar{X}$ | <b>160.0</b> | <b>149.3</b> |
| $S$       | 15.5         | 14.9         |
| $SE$      | <b>3.99</b>  | <b>3.84</b>  |
| $SE^2$    | <b>16.0</b>  | <b>14.7</b>  |

11

Dragan Mirkov

Imamo dve nezavisne grupe – **dečaci i devojčice**, i želimo da proverimo da li postoji **statistički značajna razlika u dužini skoka u dalj**.

Podaci pokazuju:

• Prosečna vrednost ( $\bar{X}$ ):

dečaci: 160.0 cm

devojčice: 149.3 cm

→ razlika  $\Delta X = 10.7$  cm

• Standardne greške:

$SE_1^2 = 16.0$ ,  $SE_2^2 = 14.7$

Iz toga se izračunava **t-vrednost**:

Za  $\alpha = 0.05$  i  $df = 28$ , kritična vrednost iz t-tabele je:

$t_k = 2.05$  ( $p = 0.064$ )  $t_k = 2.05$  ( $p = 0.064$ ) Pošto je dobijena t-vrednost **manja od kritične** ( $t < t_k$ ), i p-vrednost je **veća od  $\alpha$**  ( $p > 0.05$ ), zaključujemo:

● **Razlika u prosečnoj dužini skoka između dečaka i devojčica nije statistički značajna.**

Drugim rečima, iako je razlika prisutna u brojevima, ona **nije dovoljno velika u odnosu na varijabilnost rezultata unutar grupa** da bismo mogli tvrditi da nije posledica slučajnosti.



# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## SADRŽAJ

- Testiranje razlika
- T test za nezavisne uzorke
- **T test za zavisne uzorke**

## T test za zavisne uzorke

dva zavisna uzorka (jedna populacija)-**dva merenja**

$$t = \frac{160.0 - 163.0}{\sqrt{16.0 + 17.6 - 2 \times 0.92 \times 3.99 \times 4.19}} = 1.79$$

**Za:  $\alpha = 0.05$  i  $df = 14$   $t_k = 2.14$  ( $p = 0.095$ )**

$$t < t_k$$

$$p > \alpha$$

**RAZLIKA** u dužini skoka u dalj između prvog i drugog merenja kod dečaka **NIJE STATISTIČKI ZNAČAJNA**

| N  | SuD (cm) D1 | SuD (cm) D2 |
|----|-------------|-------------|
| 1  | 185         | 195         |
| 2  | 180         | 180         |
| 3  | 160         | 175         |
| 4  | 155         | 160         |
| 5  | 150         | 155         |
| 6  | 150         | 145         |
| 7  | 145         | 145         |
| 8  | 140         | 150         |
| 9  | 180         | 185         |
| 10 | 155         | 150         |
| 11 | 140         | 145         |
| 12 | 175         | 165         |
| 13 | 170         | 175         |
| 14 | 145         | 150         |
| 15 | 170         | 170         |

|           |              |              |
|-----------|--------------|--------------|
| $\bar{X}$ | <b>160.0</b> | <b>163.0</b> |
| $S$       | 15.5         | 16.2         |
| $SE$      | <b>3.99</b>  | <b>4.19</b>  |
| $SE^2$    | <b>16.0</b>  | <b>17.6</b>  |
| $r$       | <b>0.92</b>  |              |

13

Dragan Mirkov

U ovom praktičnom primeru želimo da ispitamo **da li je došlo do promene u dužini skoka u dalj kod dečaka nakon određenog perioda** – na primer, posle sprovedenog trenažnog programa.

Pošto je svaki ispitanik testiran **dva puta** (pre i posle), radi se o **zavisnim merenjima**, jer su rezultati međusobno povezani – svaka osoba ima par podataka koji pripadaju istom uzorku.

Prvo se izračunava razlika između srednjih vrednosti:

Prosečna dužina skoka u prvom merenju: 160.0 cm

Prosečna dužina u drugom merenju: 163.0 cm

Razlika je 160.0 minus 163.0, što daje -3.0 cm (apsolutna vrednost: 3.0 cm)

Zatim, da bismo procenili da li je ta razlika statistički značajna, koristimo formulu za t-test za zavisne uzorke, u kojoj se u obzir uzimaju:

standardne greške oba merenja (3.99 i 4.19),

kvadrati tih vrednosti (16.0 i 17.6),

i **korelacija između merenja**, koja je u ovom primeru visoka (0.92).

Dobijena **t-vrednost iznosi 1.79**.

Za **nivo značajnosti  $\alpha = 0.05$**  i **stepene slobode  $df = 14$** , kritična vrednost t je **2.14**, a izračunata **p-vrednost je 0.095**.

Pošto je:

**$t < t_k$**  i

**$p > \alpha$ ,**

zaključujemo da **razlika nije statistički značajna**.

# RAZLIKE IZMEĐU DVA UZORKA: T TEST

## LITERATURA:

- Dizdar, D. (2006). *Kvantitativne metode*. Zagreb: Kineziološki fakultet
- Vincent, W. J., & Weir, J. P. (2012). *Statistics in kinesiology*. Leeds: Human Kinetics.
- [Comparing Two Samples: Classifying Variance \(itlab.us\)](https://itlab.us/comparing-two-samples-classifying-variance)

Na kraju, izdvajamo najvažnije detalje koji se odnose na T test i njegovu primenu u analizi razlika između dva skupa podataka.

U statistici, kada želimo da utvrdimo **da li postoji razlika između dva skupa podataka**, koristimo **T test**. Postoje dve osnovne varijante:

### 1. T test za nezavisne uzorke

Koristi se kada se porede **dve različite grupe** (npr. sportisti vs. nesportisti, eksperimentalna vs. kontrolna grupa).

T-vrednost se računa kao **odnos razlike srednjih vrednosti i standardne greške te razlike**.

Što je standardna greška manja, a razlika veća, to je t-vrednost viša i veća je šansa da je razlika statistički značajna.

### 2. T test za zavisne uzorke

Koristi se kada se ista grupa meri **u dva različita trenutka** (npr. pre i posle tretmana).

Ovaj test uzima u obzir **povezanost između merenja**, odnosno **korelaciju**, čime se preciznije procenjuje pouzdanost razlike.

### Šta određuje da li je razlika statistički značajna?

Izračunata t-vrednost se upoređuje sa **kritičnom vrednošću t** (t-kritična), koja zavisi od:

Nivoa značajnosti ( $\alpha$ , najčešće 0.05),

Broja ispitanika (**stepeni slobode – df**),

Smera testiranja (jednostrano ili dvostrano poređenje).

Ako je **t veće od kritične vrednosti**, ili ako je **p-vrednost manja od  $\alpha$** , razlika se smatra **statistički značajnom**.

**Ključne poruke:**

T test ne meri samo da li postoji razlika, već **koliko je ta razlika pouzdana** u odnosu na varijabilnost podataka.

**Nezavisni uzorci** – porede se dve grupe koje nisu povezane.

**Zavisni uzorci** – porede se merenja unutar iste grupe (upareni podaci).

**P-vrednost** je verovatnoća da bi se ovakva razlika pojavila slučajno. Manja p-vrednost → jači dokaz da razlika postoji.

**Statistički značajna razlika ne znači nužno da je razlika velika ili važna – samo da je verovatno stvarna.**

## Literatura

Dizdar, D. (2006). *Kvantitativne metode*. Kineziološki fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Starmer, F. (2004, 19. maj). *Comparing two samples: Classifying variance*.  
<https://frank.itlab.us/datamodel/node36.html>

Vincent, W. J., & Weir, J. P. (2012). *Statistics in kinesiology* (4th ed.). Human Kinetics.